

# COSTRUZIONI GEOMETRICHE

---

60 ESERCIZI DI TRACCIAMENTO CON LA RIGA ED IL COMPASSO

CORSO DI DISEGNO DELL'ARCHITETTURA  
PROF. EDOARDO DOTTO  
SIRACUSA 2007

Prima versione. Siracusa, ottobre 2007.

Le versioni aggiornate di questa dispensa possono essere liberamente scaricate in formato .pdf dalle pagine del corso di Disegno dell'Architettura del prof. Edoardo Dotto, Facoltà di Architettura dell'Università di Catania con sede a Siracusa, all'indirizzo url:  
[http://www3.unict.it/farch/didattica/didattica\\_index.htm](http://www3.unict.it/farch/didattica/didattica_index.htm)

# Indice

## Introduzione

### *Costruzioni elementari*

- 1 Perpendicolare passante per il punto medio di un segmento (asse di un segmento)
- 2 Perpendicolare passante per l'estremo di un segmento
- 3 Perpendicolare ad una retta per un suo punto esterno
- 4 Bisettrice di un angolo
- 5 Trisezione dell'angolo piatto
- 6 Trisezione dell'angolo retto
- 7 Retta passante per un punto, parallela ad una retta data
- 8 Circonferenza passante per tre punti non allineati
- 9 Trovare il centro di un arco
- 10 Divisione di un segmento in un numero qualsiasi di parti (Talete)
- 11 Costruzione della parte aurea di un segmento
- 12 Rettangolo aureo
- 13 Rettangolo diagonale
- 14 Disegnare la tangente ad una circonferenza
- 15 Disegnare le tangenti ad una circonferenza per un punto esterno

### *Poligoni regolari*

- 16 Triangolo equilatero dato il lato
- 17 Triangolo equilatero data l'altezza
- 18 Quadrato dato il lato
- 19 Divisione della circonferenza in tre parti uguali (triangolo equilatero inscritto)
- 20 Divisione della circonferenza in quattro parti uguali (quadrato inscritto)
- 21 Divisione della circonferenza in cinque parti uguali (pentagono regolare inscritto)
- 22 Divisione della circonferenza in sei parti uguali (esagono regolare inscritto)
- 23 Divisione della circonferenza in otto parti uguali (ottagono regolare inscritto)
- 24 Divisione della circonferenza in dieci parti uguali (decagono regolare inscritto)
- 25 Divisione della circonferenza in dodici parti uguali (dodecagono regolare inscritto)
- 26 Divisione approssimata della circonferenza in sette parti uguali (ettagono regolare inscritto)
- 27 Divisione approssimata della circonferenza in nove parti uguali (ennagono regolare inscritto)
- 28 Divisione approssimata della circonferenza in qualunque numero di parti (regola dell'occhio)
- 29 Inscrivere un ottagono in un quadrato

### *Policentriche*

- 30 Costruzione generale dell'ovale a quattro centri (Serlio)
- 31 Ovale sul doppio quadrato (Serlio)
- 32 Ovale diagonale (Serlio)
- 33 Ovale equilatero (Serlio)
- 34 Ovale aureo
- 35 Ovale date le misure degli assi, costruzione di Bosse
- 36 Ovale con qualunque inclinazione, date le misure degli assi (Huygens)
- 37 Ovolo dato l'asse minore
- 38 Ovolo dato l'asse maggiore
- 39 Ovolo dati gli assi
- 40 Costruzioni della gola
- 41 Costruzioni della scozia
- 42 Spirale a due centri
- 43 Spirale triangolare
- 44 Spirale quadrata
- 45 Spirale aurea
- 46 Spirale ovale

### *Coniche*

- 47 Trovare i fuochi dell'ellisse dati gli assi
- 48 Disegnare l'ellisse tramite i raggi focali
- 49 Dati gli assi costruire l'ellisse
- 50 Disegnare l'ellisse inscritta in un rettangolo senza usare gli assi
- 51 Disegnare la tangente e l'ortogonale ad un punto dell'ellisse
- 52 Disegnare la parabola dati la direttrice ed il fuoco
- 53 Dati i fuochi e i vertici, costruire l'iperbole

### *Altre curve*

- 54 Spirale di Archimede
- 55 Sinusoide e cosinusoide
- 56 Evolvente di circonferenza
- 57 Cicloide

### *Trasformazioni e divisioni di aree*

- 58 Dato un rettangolo costruire il quadrato equivalente
- 59 Dato un rettangolo, disegnarne uno equivalente di base assegnata
- 60 Dividere un triangolo in due parti con un segmento che passa per un punto assegnato su di un lato.

# Introduzione

In queste pagine sono raccolte sessanta costruzioni geometriche da tracciare con l'ausilio della riga e del compasso. Questa selezione è stata pensata per uso esclusivamente didattico ed ovviamente non ha alcuna pretesa di completezza. Piuttosto ha lo scopo di condurre ciascuno studente ad una più chiara visione delle ragioni profonde della forma architettonica, attraverso la comprensione puntuale degli elementi geometrici che costituiscono i singoli 'ingredienti' del pensiero progettuale.

Lo studio strutturato del linguaggio non può eludere la conoscenza delle singole lettere e dei singoli fonemi. Allo stesso modo, non è possibile comprendere a fondo la forma dell'architettura senza una buona esperienza delle tecniche elementari di tracciamento.

La riga ed il compasso sono gli strumenti più semplici e potenti di cui si dispone nel disegno geometrico ed entrambi hanno una connotazione in qualche maniera 'fondativa'. Da essi è possibile far discendere logicamente e formalmente quasi tutti gli altri strumenti da disegno, le squadre, le righe parallele, i tecnografi, gli ellissografi, i pantografi. Non è un caso che essi siano stati utilizzati in quasi tutte le culture e che la loro origine si perda letteralmente nella notte dei tempi.

A ben vedere, però, i compiti cui una riga ed un compasso possono assolvere sono molto semplici e piuttosto precisi. La riga permette, assegnati due punti, di allineare ad essi altri punti a piacere, ponendoli sulla stessa retta. Quando disegniamo un segmento con una riga, in fondo, non facciamo che que-



sto: posizioniamo la riga sopra i due estremi e tracciamo tutti i punti che li separano, con una linea continua.

Il compasso, a sua volta, ha una funzione altrettanto definita, cioè quella di trasportare con precisione la distanza tra due punti. Essa può essere rilevata e assunta nella distanza tra le punte del compasso, che possono essere entrambe foranti o una forante ed una scrivente. Il comune uso del compasso per il tracciamento delle circonferenze non è altro che un'applicazione particolare di questo principio. Tracciare una circonferenza equivale a riportare una lunghezza assegnata (il raggio) su di un piano in tutte le posizioni possibili a partire da un punto fissato (il centro della circonferenza).

Tutto qui: riga e compasso servono rispettivamente per allineare punti e riportare distanze. Ciascun'altra applicazione non fa che basarsi su queste due possibilità elementari.

Se le operazioni grafiche messe in atto con riga e compasso potessero aver luogo soltanto sul tavolo da disegno, allora esse sarebbero di scarso interesse. È possibile invece ripetere le stesse identiche costruzioni anche su superfici ben più estese ed inhospitali del foglio di carta, cioè sul terreno, sui pavimenti, sulle pareti, ed è possibile farlo con uno strumento da disegno ancora più antico ed essenziale: la corda.

Di tutte le invenzioni, la corda è probabilmente la più versatile. Il suo uso è indispensabile praticamente in ciascuna delle applicazioni dell'ingegno umano e non è un caso che persino quella che a detta di molti è l'invenzione più importante della storia - la ruota - non possa essere disegnata senza l'uso della corda. Per quanto riguarda il tracciamento geometrico, la corda può essere utilizzata come riga, se tesata tra due punti, o come compasso, se legata ad un chiodo per un estremo ed ad una punta scrivente per l'altro.

Ma se la corda può essere utilizzata come riga e come compasso, ovviamente è possibile esportare ciascuna delle costruzioni proprie del sapere geometrico elementare nel mondo fisico e reale dell'architettura, riproponendola in grandi dimensioni. Uno dei legami più forti tra geometria ed architettura forse sta proprio in questa opportunità: è possibile replicare identicamente le operazioni svolte sul disegno in operazioni sul terreno, trasformando pensieri ed intenzioni in atti concreti. La forza e l'ineludibile necessità del disegno geometrico risiedo-

no in questa corrispondenza biunivoca, che non solo riesce a collegare il progetto con l'architettura tramite la pratica della costruzione ma mette in diretta connessione l'architettura col disegno tramite la prassi del rilievo.

Le costruzioni geometriche riportate di seguito, come si diceva, sono una stringata selezione, tratta da un gruppo ben più ampio. Le costruzioni di una qualche utilità per la pratica dell'architettura e del progetto sono oltre trecento. Ciascuna di esse ha una storia precisa e spesso complessa - dalla scoperta, alla diffusione, fino talvolta all'oblio - che ne racconta il valore nel corso del tempo. Alcune costruzioni hanno avuto grande notorietà nei periodi in cui gli architetti le utilizzavano correntemente, come accade ad esempio per le costruzioni dell'ovale tra il Cinquecento ed il Settecento, secoli in cui in molte parti d'Europa si realizzavano parecchi edifici a pianta ovata.

Le costruzioni riportate più avanti sono ordinate in modo progressivo, per mostrare come parecchie di esse costituiscano il fondamento logico e tecnico di quelle che seguono. Benché possano apparire algide e schematiche, se esaminate con pazienza, esse mostreranno una profonda bellezza ed una intima eleganza. Tanto più sarà approfondito lo studio di queste regole di tracciamento, tanto maggiore sarà il grado di consapevolezza che si raggiungerà nella lettura e nella progettazione della forma architettonica.

Le costruzioni sono divise in sei gruppi:

**Costruzioni elementari.** Costituiscono, letteralmente, gli elementi con i quali si costruisce il disegno geometrico. Lo studio di questo gruppo di costruzioni consente di appropriarsi di fondamenti indispensabili. Alcuni tracciamenti - l'asse del segmento, la bisettrice di un angolo, la parte aurea - ricorrono molto spesso, talvolta poco riconoscibili, nella realizzazione di parecchi disegni.

**Poligoni regolari.** Uno dei problemi geometrici più dibattuti, non solo nell'antichità, riguarda la costruzione di poligoni regolari e la cosiddetta ciclotomia, cioè la divisione in parti uguali della circonferenza. I risultati di queste ricerche hanno supportato in ogni tempo il tracciamento delle architetture, molte delle quali hanno un impianto basato su di un poligono regolare. Non si riporta ovviamente la trattazione estensiva delle costruzioni dei poligoni regolari inscritti e circoscritti alla circonferenza e tracciati a partire da un lato assegnato, ma soltanto alcune costruzioni comuni, molto utili per l'analisi grafica dell'architettura.

**Policentriche.** Una policentrica è una curva composta da archi di circonferenza, disposti in modo tale che non vi siano discontinuità nei raccordi tra le varie parti. Per ottenere questa condizione è necessario che nei punti di contatto tra due archi, essi abbiano una tangente comune, quindi che i loro raggi appartengano alla stessa retta. In questo modo i passaggi tra le curve saranno fluidi e continui. Si riportano le costruzioni più importanti per il disegno degli ovali, degli ovali, della gola e della scozia e delle spirali, tralasciando la trattazione generale dei raccordi tra archi di diverso raggio e tra archi e segmenti.

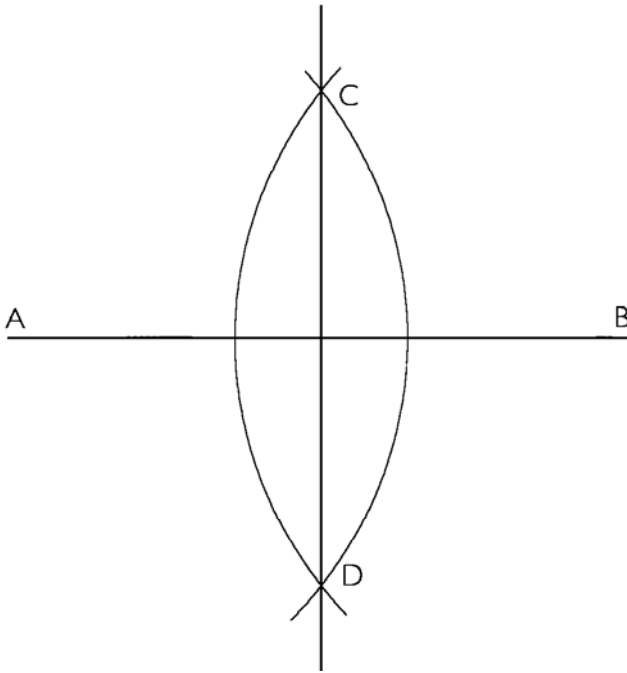
**Coniche.** Sezionando un cono con un piano, diversamente orientato, si ottengono quattro tipi di curve: la circonferenza, l'ellisse, la parabola e l'iperbole. Queste curve, dotate di proprietà interessanti e studiate con attenzione fin dall'antichità, hanno avuto diverse applicazioni in architettura. Si riportano alcune costruzioni utili per controllare la forma dell'ellisse e le costruzioni di base della parabola e dell'iperbole.

**Altre curve.** A diverso titolo, sono parecchie le curve che compaiono nella costruzione e nel progetto dell'architettura, come ornamento, come matrice formale o come proiezione di elementi costruttivi. Si sono inclusi quattro esempi di questa sconfinata categoria, per mostrare quanto il mondo delle forme geometriche utili per l'architetto sia interessante e variegato.

**Trasformazioni e divisioni di aree.** Nel passato, molte delle operazioni che oggi risolviamo numericamente, utilizzando la calcolatrice, venivano sviluppate con l'ausilio del disegno. Somma, sottrazione e divisione di aree e di volumi erano operazioni affidate a procedure grafiche di grande eleganza. Una delle tre costruzioni riportate mostra in che modo sia possibile dividere in due parti uguali un triangolo con un segmento che passa per un punto appartenente ad uno dei suoi lati. È pubblicata nel primo libro di Serlio, il quale emblematicamente ne giustifica il senso immaginando di avere «... un terreno di forma triangolare di lati disuguali, e in uno de' lati [...] un fonte, ovvero un pozzo, ma non nel mezzo di esso lato» e che sia necessario «divider il terreno in due parti uguali ...» in modo che «... ogni parte senza impedimento dell'altra possa goder di esso fonte». In un tempo ormai trascorso, dal quale rischiamo di allontanarci troppo rapidamente, il disegno geometrico era intimamente connaturato alle necessità quotidiane.

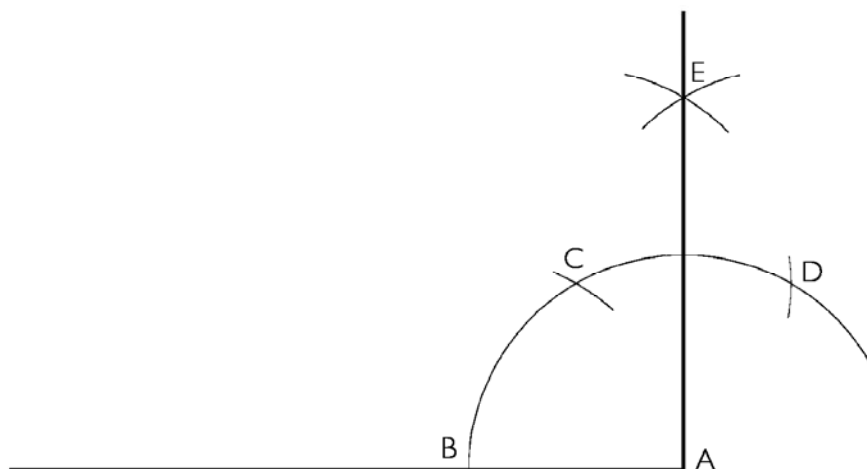


I. Perpendicolare passante per il punto medio di un segmento  
(asse di un segmento)



Con centro negli estremi A e B del segmento si tracciano due archi di raggio uguale, scelto a piacere. La retta che passa per le intersezioni C e D degli archi è l'asse cercato.

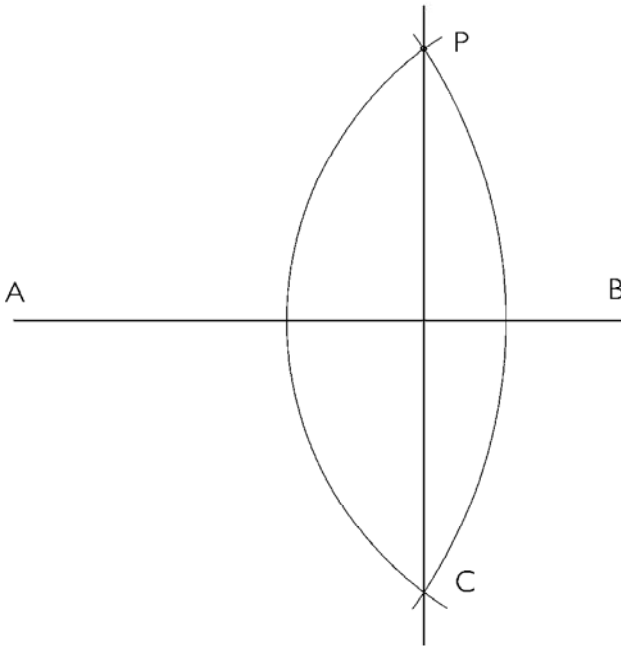
## 2. Perpendicolare passante per l'estremo di un segmento.



Con centro nell'estremo A, si traccia un arco di circonferenza di raggio scelto a piacere che interseca in B il segmento. Con la stessa apertura di compasso, si traccia, con centro in B, un arco che individua il punto C, e con centro in C un arco che individua il punto D.

Facendo centro in C ed in D, con la stessa apertura di compasso, si tracciano due archi la cui intersezione individua il punto E. La perpendicolare cercata passa per A ed E.

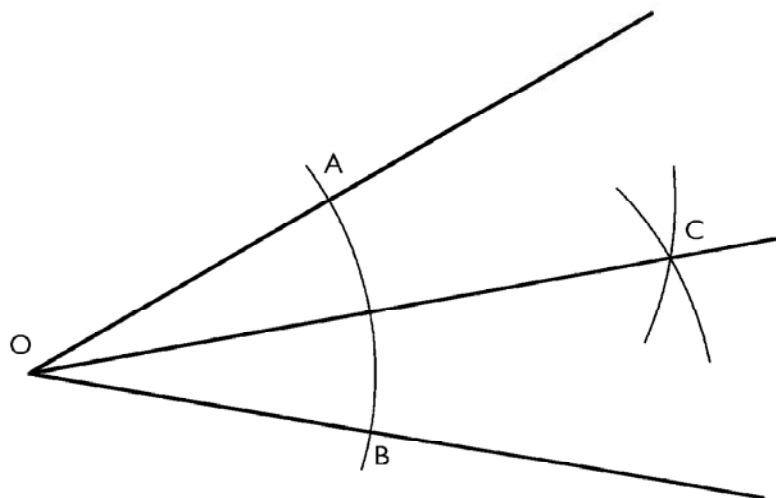
### 3. Perpendicolare ad una retta per un suo punto esterno



Si traccia il segmento AB e si individua il punto esterno P, per il quale passerà la retta cercata. Dall'estremo A si traccia un arco di raggio AP e dall'estremo B si traccia un arco di raggio BP.

I due archi intersecandosi individuano il punto C. La perpendicolare cercata passa per P e per C.

## 4. Bisettrice di un angolo

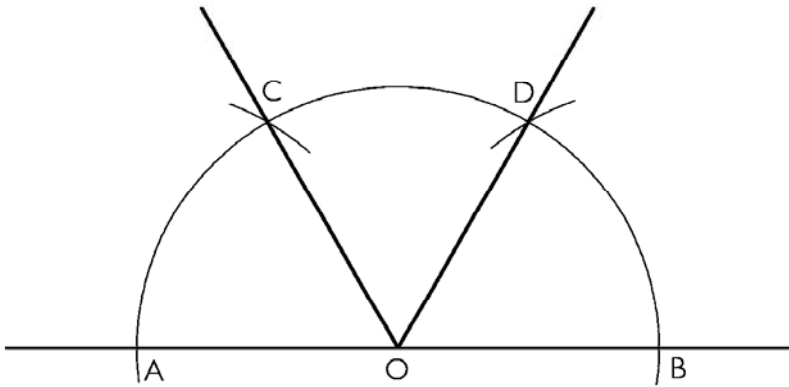


Con centro nel vertice  $O$  e raggio a piacere si traccia un arco che individua sulle semirette i punti  $A$  e  $B$ . Con la stessa apertura di compasso e centro in  $A$  e  $B$  si tracciano due archi che intersecandosi individuano il punto  $C$ .

La semiretta  $OC$  divide l'angolo in due parti uguali.

*Ripetendo l'operazione più volte, ovviamente è possibile dividere l'angolo in 4, 8, 16, 32 parti, in generale secondo le potenze di 2. La bisettrice dell'angolo retto ovviamente individua un angolo da  $45^\circ$ . Sia l'angolo retto che la sua metà sono presenti sulle comuni squadre da disegno.*

## 5. Trisezione dell'angolo piatto

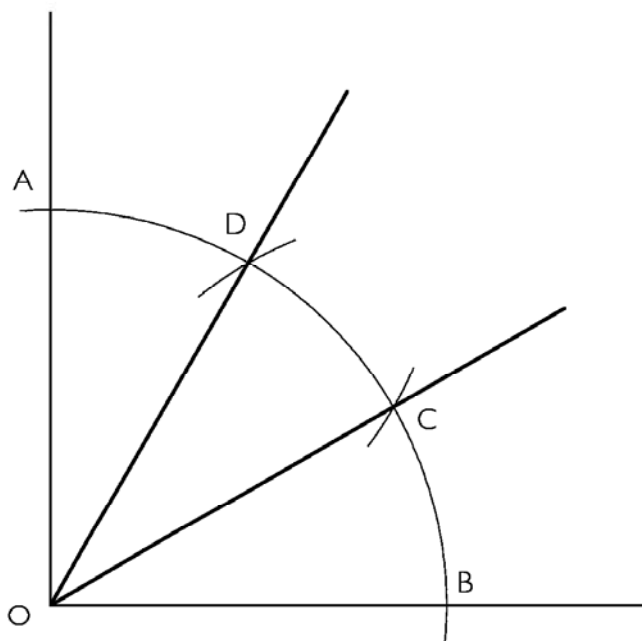


Si disegna un angolo piatto con vertice  $O$ .

Con centro nel vertice  $O$  si traccia un arco  $AB$  di raggio a piacere. Con centro rispettivamente in  $A$  e  $B$ , con la stessa apertura di compasso, si tracciano due archi che individuano i punti  $C$  e  $D$ . Le semirette  $OC$  e  $OD$  dividono in tre parti l'angolo piatto.

*La trisezione dell'angolo piatto, che misura  $180^\circ$ , ovviamente dà origine ad angoli da  $60^\circ$ , come quelli presenti sulle comuni squadre da disegno.*

## 6. Trisezione dell'angolo retto

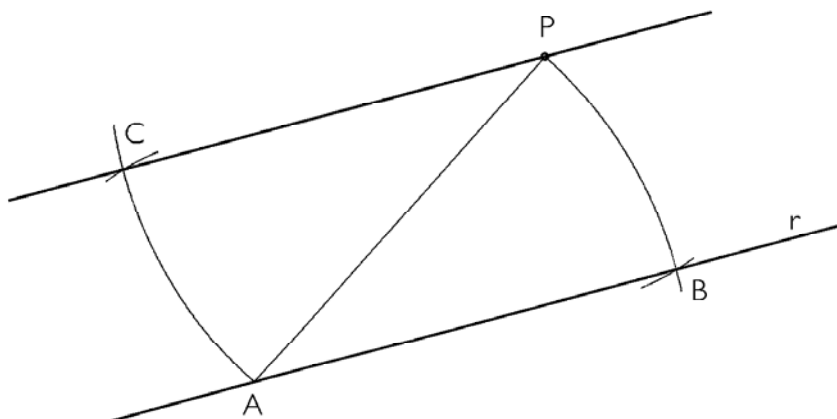


Si disegna un angolo retto con vertice  $O$ .

Con centro in  $O$  si traccia un arco  $AB$  di raggio a piacere. Con centro rispettivamente in  $A$  e  $B$ , con la stessa apertura di compasso, si tracciano due archi che individuano i punti  $C$  e  $D$ . Le semirette  $OC$  e  $OD$  dividono in tre parti l'angolo piatto.

*La trisezione dell'angolo retto dà origine ad angoli da  $30^\circ$ , come quelli presenti sulle comuni squadre da disegno.*

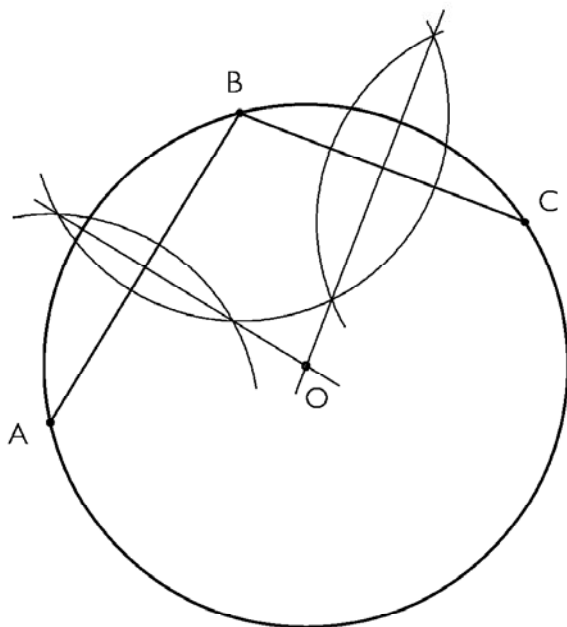
## 7. Retta passante per un punto, parallela ad una retta data



Si disegna una retta  $r$  ed il punto  $P$  per il quale si vuole tracciare una parallela. Scelto a piacere un punto  $A$  sulla retta, con raggio  $AP$  si tracciano due archi rispettivamente di centro  $P$  ed  $A$ . Quest'ultimo arco individua sulla retta il punto  $B$ .

Con raggio  $PB$  e centro in  $A$  si trova sull'arco di centro  $P$  il punto  $C$ . La retta cercata passa per  $P$  e per  $C$ .

8. Disegnare la circonferenza passante per tre punti non allineati

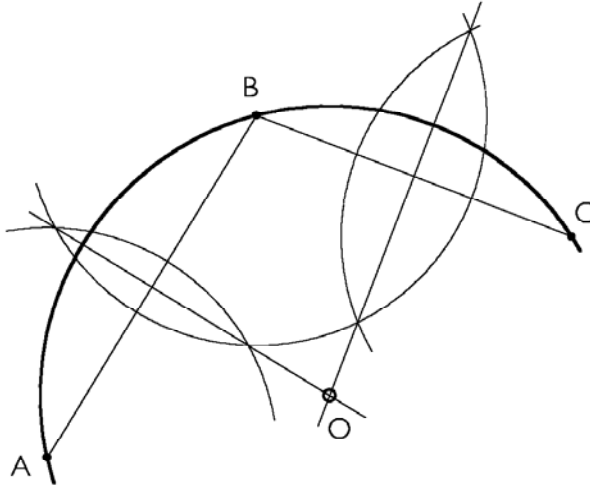


Dati tre punti non allineati A, B e C, si uniscono i punti contigui con due segmenti AB e BC e si tracciano i rispettivi assi. Questi si incontreranno in un punto O.

La circonferenza cercata ha centro in O e raggio uguale ad OA.



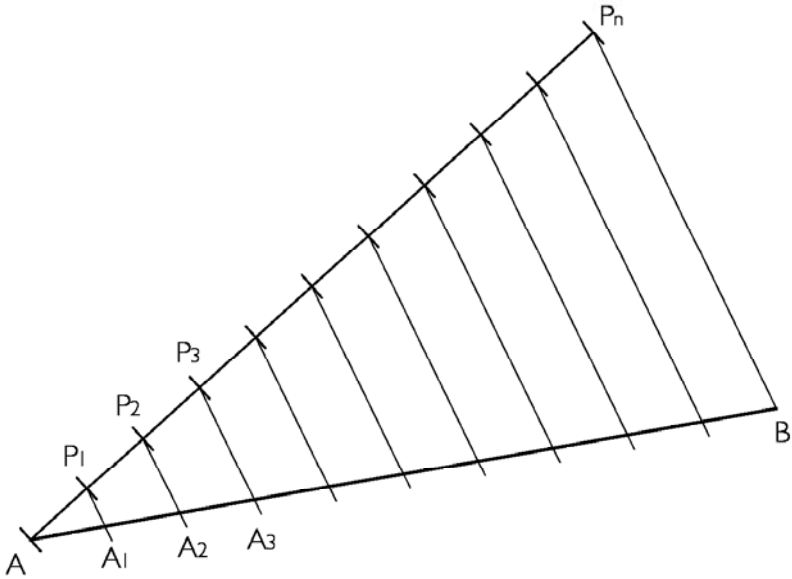
## 9. Trovare il centro di un arco



Dato un arco di circonferenza, su di esso si individuano tre punti distinti A, B e C. Condotti i segmenti AB e BC, si tracciano i rispettivi assi che si incontreranno nel punto O, centro dell'arco cercato.

*Per le applicazioni pratiche di questo principio è bene ricordare che la costruzione conduce a risultati tanto più precisi quanto più i tre punti sono distanti tra loro.*

# 10. Divisione di un segmento in un numero qualsiasi di parti (regola di Talete)

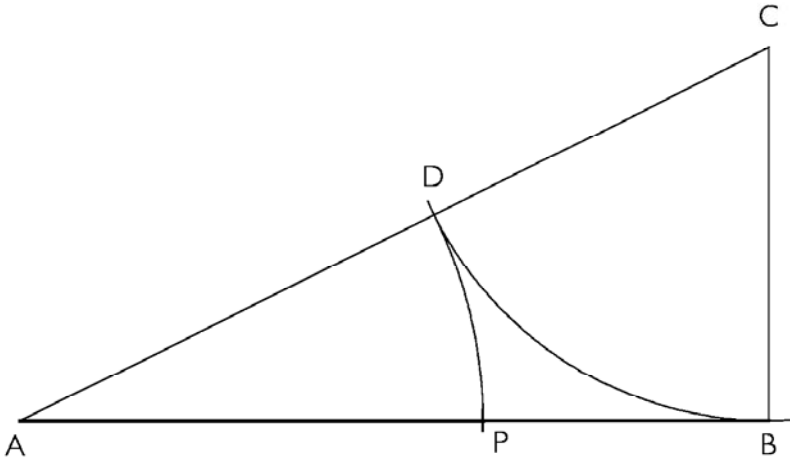


Da un estremo del segmento  $AB$  si traccia una semiretta sulla quale si distendono un numero di segmenti unitari uguale al numero di parti in cui si vuole dividere il segmento, individuando i punti  $P_1, P_2, \dots, P_n$ .

Dall'ultimo punto si traccia un segmento  $BP_n$ . Le parallele al segmento passanti per  $P_1, P_2, \dots, P_n$ , individuano sul segmento  $AB$  i punti  $A_1, A_2, \dots, A_n$  che dividono il segmento nel numero di parti cercate.

*Lo stesso metodo si può applicare alla divisione del segmento  $AB$  in parti tra loro proporzionali, nel qual caso sarà necessario riportare sulla semiretta segmenti proporzionali a quelli in cui si vuole dividere il segmento cercato.*

## II. Costruzione della parte aurea di un segmento

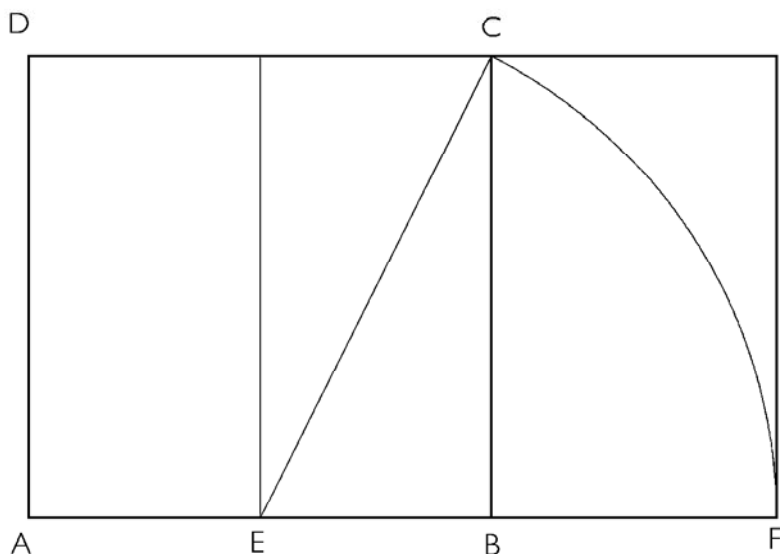


Dall'estremo B di un segmento si traccia un segmento perpendicolare BC, di lunghezza pari alla metà di AB.

Si unisce A con C. Con centro in C e apertura di compasso CB si traccia un arco che individua su AC il punto D. Si riporta a partire da A sul segmento AB la lunghezza AD, individuando il punto P. Il punto P è la sezione aurea del segmento AB e AP è la sua parte aurea.

*La parte aurea di un segmento è media proporzionale tra l'intero segmento e la sua parte restante.*

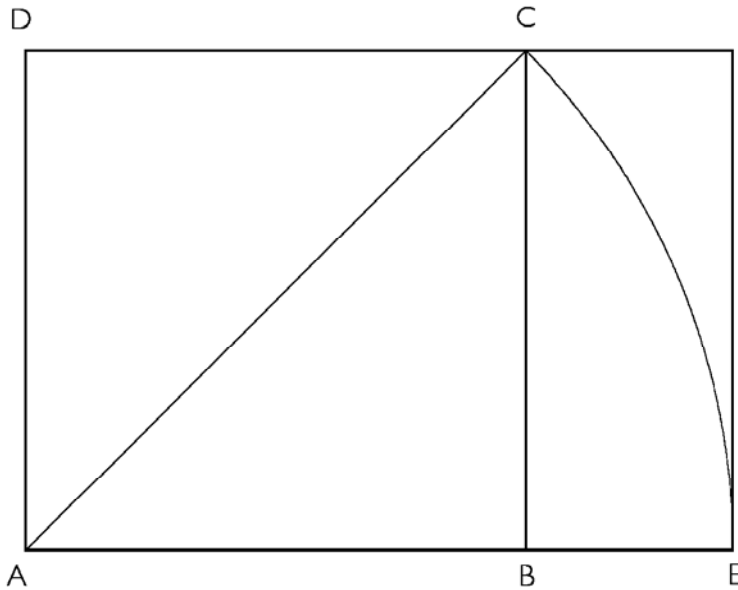
## 12. Rettangolo aureo



Si traccia il punto medio E del lato AB di un quadrato. Con centro in E e raggio EC, si traccia un arco di circonferenza che interseca in F il prolungamento di AB. Il rettangolo che ha per lati AD ed AF è un rettangolo aureo.

*Dato un rettangolo aureo, cioè un rettangolo in cui un lato è la parte aurea dell'altro, se ad esso si sottrae un quadrato che ha per lato il lato minore del rettangolo, si ottiene come resto un altro rettangolo aureo. Questa operazione può essere ripetuta indefinitamente, ottenendo sempre un rettangolo aureo come resto. Nel rettangolo aureo, quindi il rapporto tra i lati si mantiene invariato se ad esso si sottrae una porzione di forma quadrata. Ovviamente se ad un rettangolo aureo si somma un quadrato di lato uguale al lato maggiore, si ottiene anche in questo caso un rettangolo aureo.*

### 13. Rettangolo diagoneo

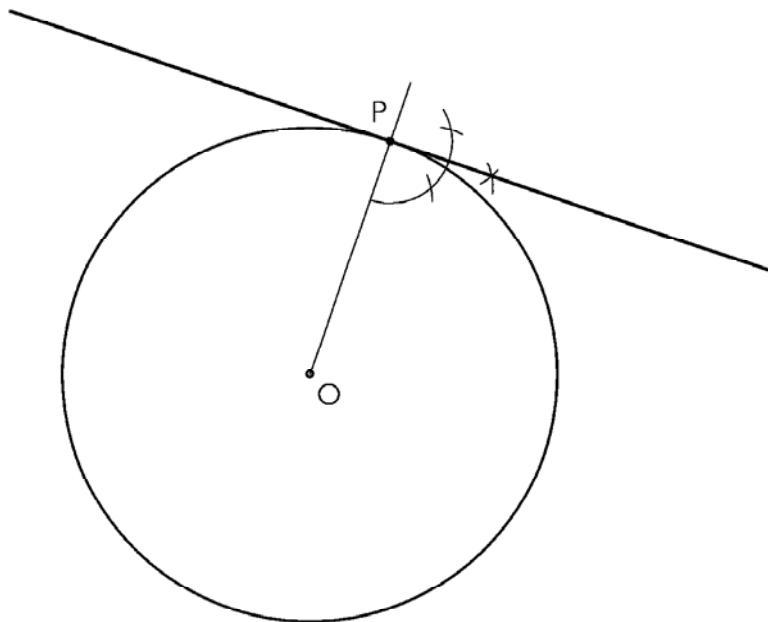


Si disegna un quadrato ABCD. Con raggio pari alla diagonale AC e centro in A, si traccia un arco di circonferenza che individua il prolungamento di AB nel punto F.

Il rettangolo che ha per lati AD ed AF è un rettangolo diagoneo.

*Dato un rettangolo diagoneo, cioè un rettangolo in cui il rapporto tra i lati è uguale al rapporto tra il lato di un quadrato e la sua diagonale, tale rapporto si mantiene invariato dimezzando il rettangolo con una retta parallela ai lati minori. Questa proporzione permane anche ripetendo indefinitamente l'operazione. Raddoppiando il rettangolo diagoneo si ottiene sempre un rettangolo diagoneo.*

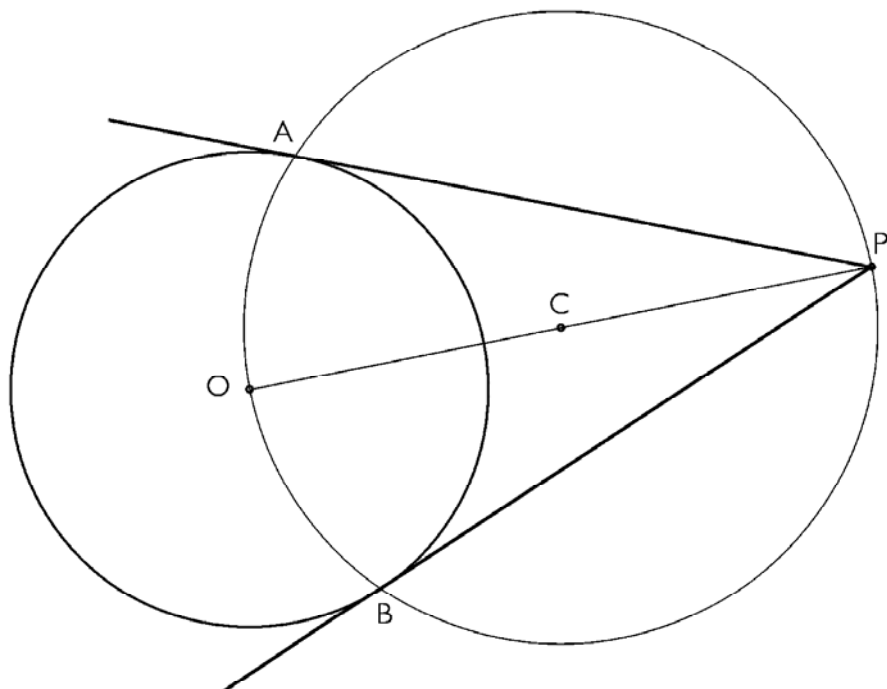
## 14. Disegnare la tangente ad una circonferenza



Data una circonferenza di centro  $O$  e raggio  $OP$ , per trovare la tangente che passa per il punto  $P$  basta tracciare la perpendicolare al segmento  $OP$  che passa per l'estremo  $P$ .

*Questa costruzione si basa sul fatto che la tangente ad una circonferenza in un punto  $P$  è sempre perpendicolare al raggio  $OP$ .*

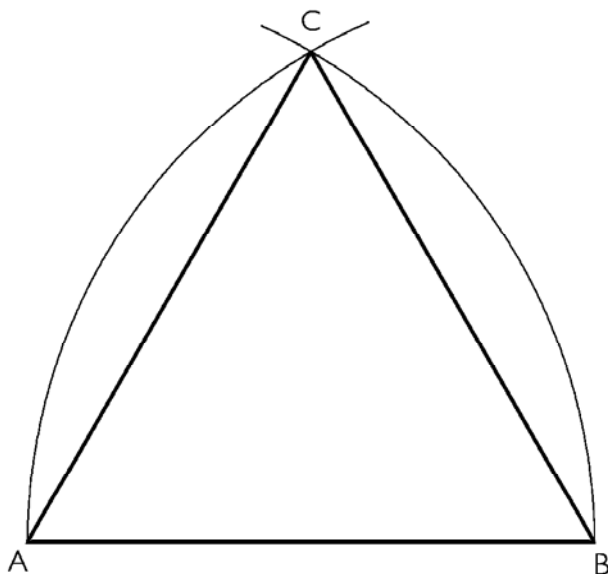
15. Disegnare le tangenti ad una circonferenza passanti per un punto esterno P



Si traccia il segmento  $OP$  che unisce il punto esterno ed il centro della circonferenza. Con centro in  $C$ , punto medio di  $OP$ , e raggio  $OC$ , si traccia una circonferenza che incontra in  $A$  e  $B$  la circonferenza data.

Le due tangenti cercate sono le rette passanti per  $AP$  e  $BP$ .

## 16. Triangolo equilatero dato il lato

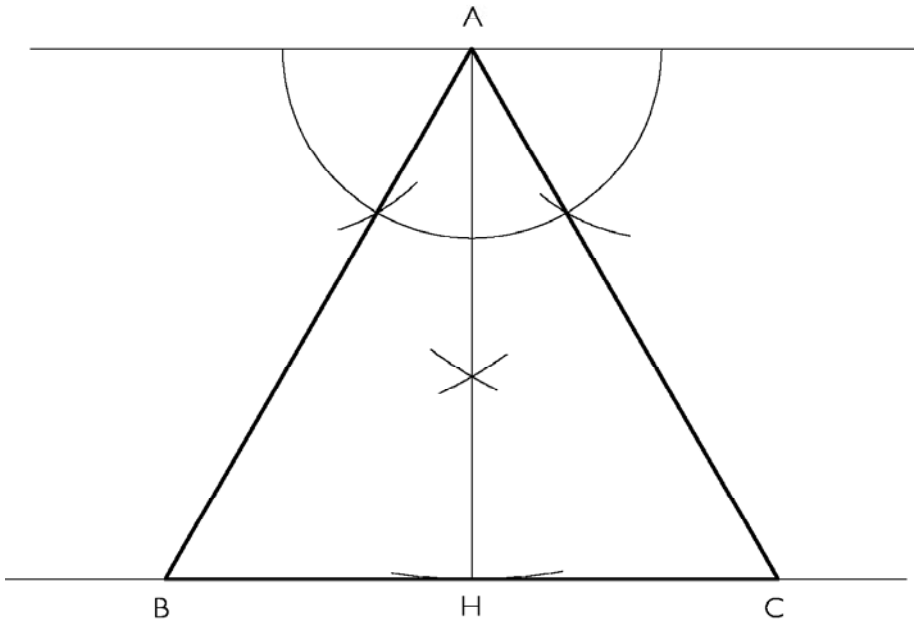


Si disegna un segmento  $AB$  pari al lato del triangolo cercato.

Con centro rispettivamente in  $A$  e  $B$  si tracciano due archi di circonferenza di raggio  $AB$  che si intersecano in un punto  $C$ . Unendo il punto  $C$  con  $A$  e  $B$  si traccia il triangolo equilatero di lato assegnato.



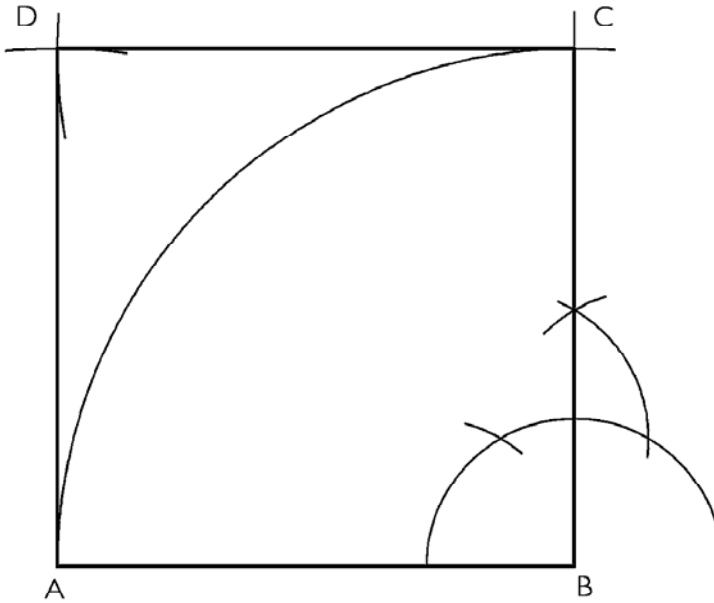
## 17. Triangolo equilatero data l'altezza



Si divide in tre parti uguali l'angolo piatto di vertice A e si traccia una retta parallela ai lati dell'angolo che dista da A di una lunghezza AH, pari all'altezza del triangolo cercato.

I lati delle terze parti dell'angolo piatto incontrano la retta nei punti B e C. Unendo i punti A, B e C si disegna il triangolo equilatero di altezza assegnata.

# 18. Disegnare il quadrato dato il lato

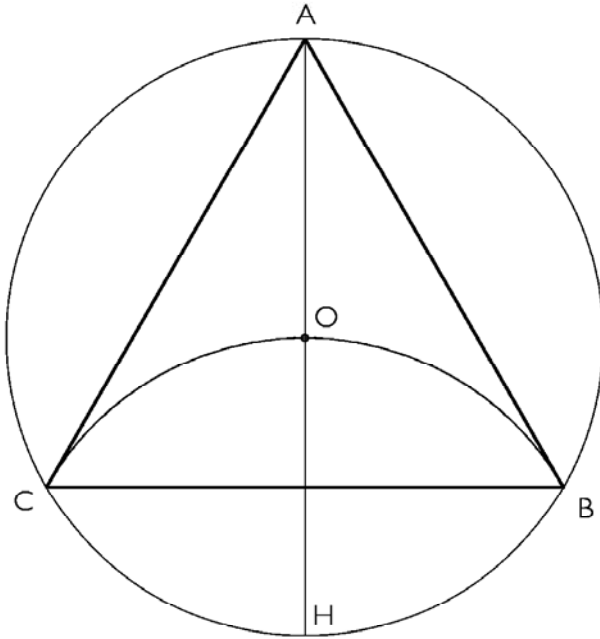


Si disegna un segmento  $AB$  pari al lato del quadrato cercato e dall'estremo  $B$  si traccia la perpendicolare ad  $AB$ .

Con centro in  $B$  e raggio  $AB$  si traccia un arco individuando il punto  $C$ . Con centro in  $C$  ed in  $A$  si tracciano due archi con la medesima apertura di compasso, che si incontreranno in  $D$ .

Si tracciano i segmenti  $AD$  e  $CD$ , completando il quadrato cercato.

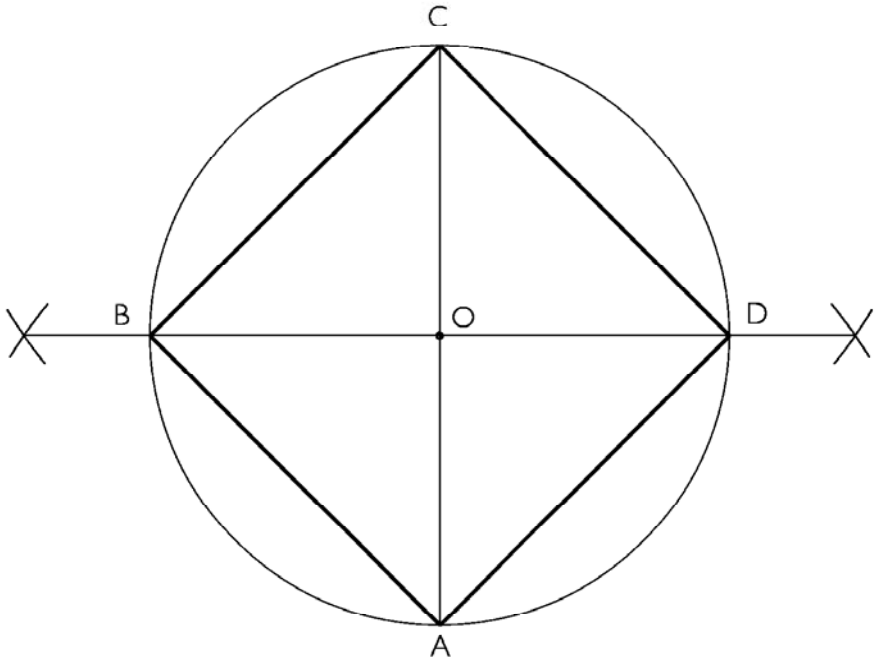
19. Divisione della circonferenza in tre parti uguali (triangolo equilatero inscritto)



Si disegna una circonferenza di centro  $O$  e di raggio  $OA$  e si traccia il diametro  $AH$ .

Con centro in  $H$  e raggio  $OH$  si traccia un arco di circonferenza che interseca la circonferenza nei punti  $B$  e  $C$ . Si traccia il triangolo cercato  $ABC$ .

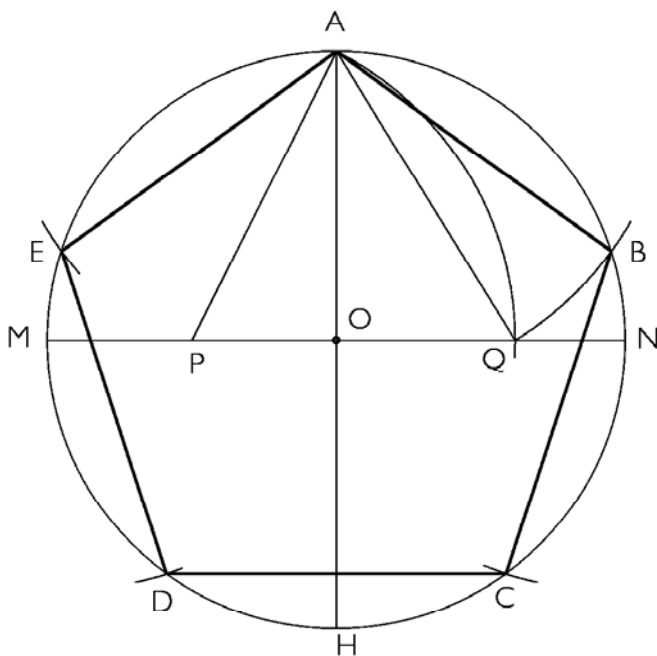
20. Divisione della circonferenza in quattro parti uguali (quadrato inscritto)



Si traccia la circonferenza di centro  $O$  e di raggio  $OA$  e si disegna il diametro  $AC$ .

Si trova l'asse del segmento  $AC$ , che interseca la circonferenza nei punti  $B$  e  $D$ . Si traccia il quadrato cercato  $ABCD$ .

## 21. Divisione della circonferenza in cinque parti uguali (pentagono regolare inscritto)

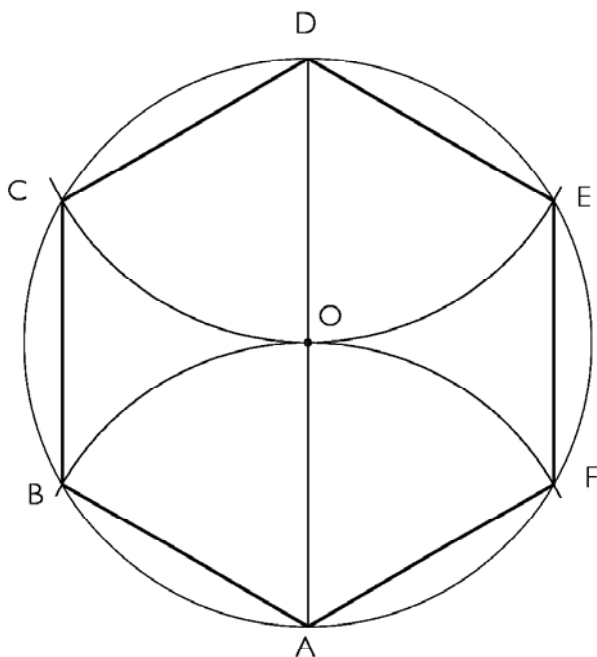


Si traccia la circonferenza di centro  $O$  e di raggio  $OA$  e si disegna il diametro  $AH$ . Si disegna il diametro ortogonale  $MN$ .

Si divide il raggio  $OM$  in due parti, individuando il punto  $P$ . Con centro in  $P$  e raggio  $AP$  si traccia un arco di circonferenza che interseca in  $Q$  il diametro  $MN$ .  $AQ$  è il lato del pentagono inscritto.

Col compasso si riporta da  $A$  la lunghezza  $AQ$  sulla circonferenza, individuando di seguito i punti  $B, C, D$  ed  $E$ . Si traccia il pentagono cercato  $ABCDE$ .

## 22. Divisione della circonferenza in sei parti uguali (esagono regolare inscritto)



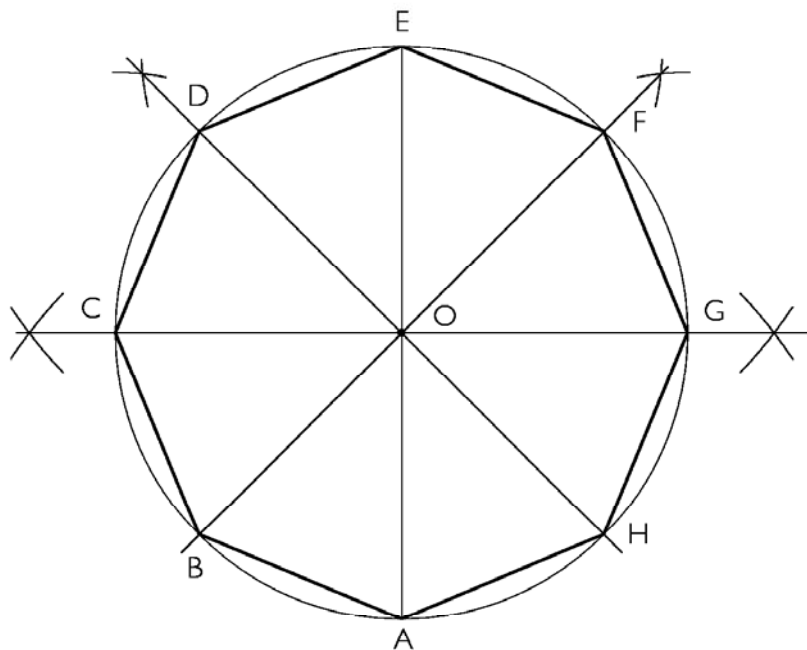
Si traccia la circonferenza di centro  $O$  e di raggio  $OA$  e si disegna il diametro  $AD$ .

Con centro in  $A$  e raggio  $OA$  si traccia un arco che interseca in  $B$  ed  $F$  la circonferenza. Con centro in  $D$  e raggio  $OD$  si traccia un arco che interseca in  $C$  ed  $E$  la circonferenza.

Si traccia l'esagono cercato  $ABCDEF$ .

*Si noti che nella costruzione di fatto viene ripetuto due volte il tracciamento del triangolo equilatero inscritta.*

## 23. Divisione della circonferenza in otto parti uguali (ottagono regolare inscritto)

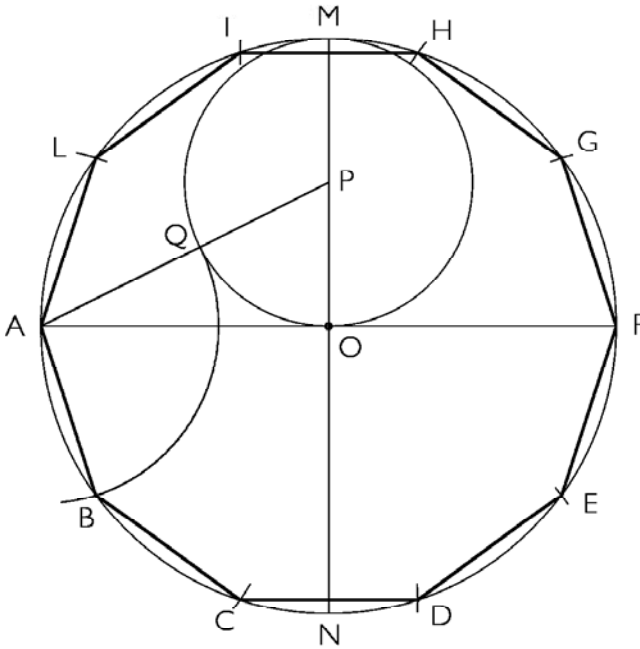


Si traccia la circonferenza di centro  $O$  e di raggio  $OA$  e si disegnano il diametro  $AE$  ed il diametro ortogonale  $CG$ .

Si traccia la bisettrice dell'angolo  $EOG$  che interseca la circonferenza nei punti  $B$  e  $F$ . Si traccia la bisettrice dell'angolo  $COE$  che interseca la circonferenza nei punti  $D$  e  $H$ .

Si traccia l'ottagono cercato  $ABCDEFGH$ .

## 24. Divisione della circonferenza in dieci parti uguali (deca- gono regolare inscritto)



Si traccia la circonferenza di centro  $O$  e di raggio  $OM$  e si disegna il diametro  $MN$ . Si disegna il diametro ortogonale  $AF$ .

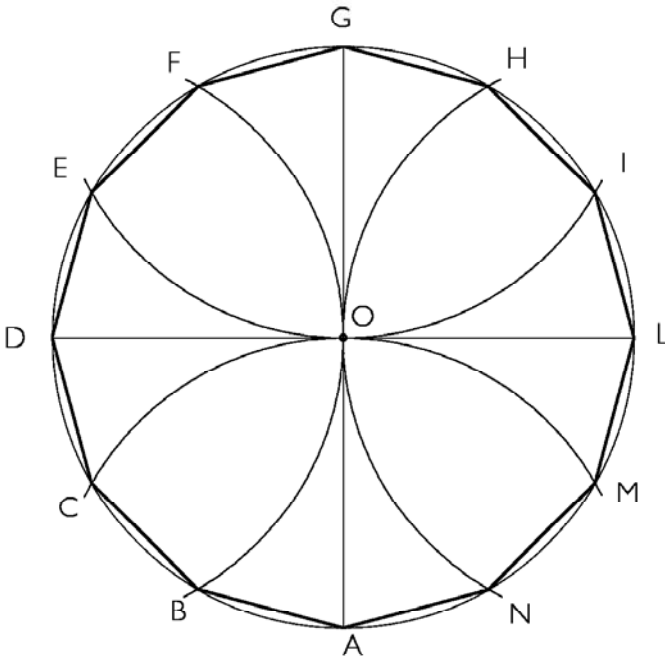
Si divide il raggio  $OM$  a metà, individuando il punto  $P$ . Con centro in  $P$  e raggio  $OP$ , si traccia una circonferenza. Si traccia il segmento  $AP$  che interseca in  $Q$  la circonferenza.  $AQ$  è il lato del decagono regolare inscritto.

Col compasso si riporta da  $A$  la lunghezza  $AQ$ , individuando di seguito i vertici del decagono cercato.

*Dalla costruzione si può notare che il lato del decagono inscritto è la parte aurea del raggio della circonferenza.*



## 25. Divisione della circonferenza in dodici parti uguali (dodecagono regolare inscritto)



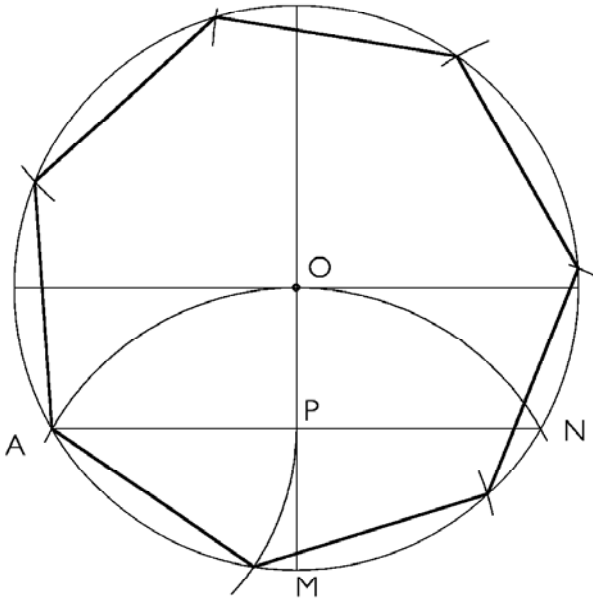
Si traccia la circonferenza di centro  $O$  e di raggio  $OA$  e si disegna il diametro  $AG$ . Si disegna il diametro ortogonale  $DL$ .

Con centro in  $A$  e raggio  $OA$ , si traccia un arco che interseca la circonferenza nei punti  $C$  ed  $M$ . Con centro in  $D$  e lo stesso raggio, si traccia un arco che interseca la circonferenza nei punti  $B$  ed  $F$ . Con centro in  $G$  e lo stesso raggio, si traccia un arco che interseca la circonferenza nei punti  $E$  ed  $I$ . Con centro in  $L$  e lo stesso raggio, si traccia un arco che interseca la circonferenza nei punti  $H$  ed  $N$ .

Unendo di seguito i punti da  $A$  ad  $N$  si disegna il poligono cercato.

*Si noti che nella costruzione di fatto viene ripetuto quattro volte il tracciamento del triangolo equilatero inscritto.*

## 26. Divisione approssimata della circonferenza in sette parti uguali (ettagono regolare inscritto)



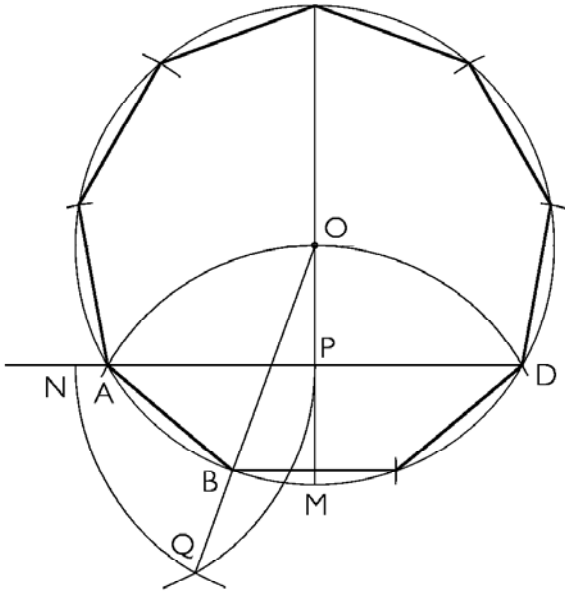
Si traccia la circonferenza di centro O e di raggio OM.

Con centro in M e raggio OM si traccia un arco che interseca la circonferenza nei punti A ed N. Si traccia il segmento AN che interseca il raggio OM in P. AP è il lato dell'ettagono regolare cercato.

Si riporta da A col compasso la lunghezza AP, individuando di seguito i vertici del poligono. Si traccia l'ettagono cercato unendo di seguito i punti trovati.

*La costruzione conduce ad una misura approssimata del lato, il cui scarto è inferiore all'1% rispetto a quella esatta.*

## 27. Divisione approssimata della circonferenza in nove parti (ennagono regolare inscritto)



Si traccia la circonferenza di centro  $O$  e di raggio  $OM$ .

Con centro in  $M$  e raggio  $OM$  si traccia un arco che interseca la circonferenza nei punti  $A$  e  $D$ . Si traccia il segmento  $AD$  che interseca il raggio  $OM$  in  $P$ .

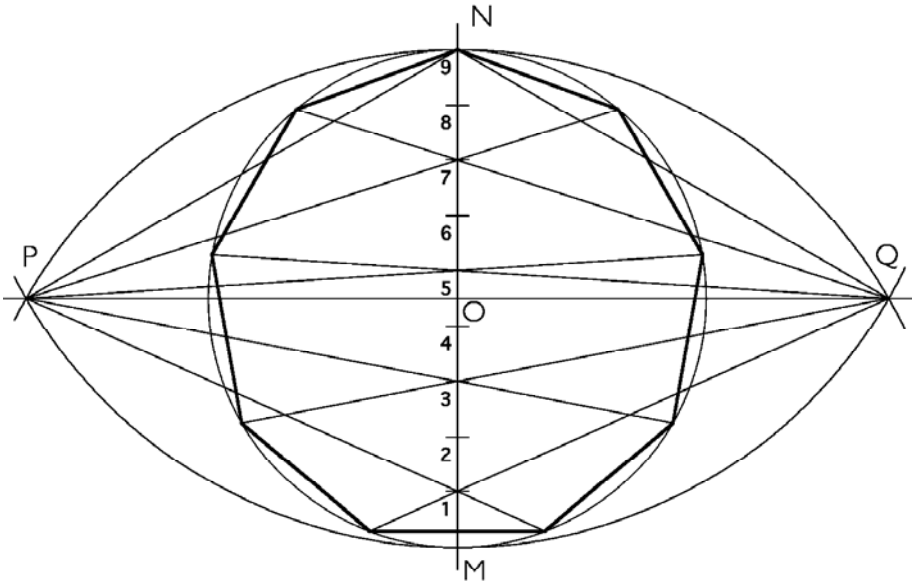
Con centro in  $P$  e raggio  $OM$ , si traccia un arco che interseca in  $N$  il prolungamento di  $AD$ . Con centro in  $N$  e lo stesso raggio si traccia un arco che interseca in  $Q$  l'arco appena tracciato.

Si unisce il centro della circonferenza  $O$  con  $Q$ . Il segmento individua sulla circonferenza il punto  $B$ . Il lato dell'ennagono cercato è  $AB$ .

Si riporta da  $A$  col compasso la lunghezza  $AB$ , individuando di seguito i vertici del poligono. Si traccia l'ennagono cercato unendo di seguito i punti trovati.

*La costruzione conduce ad una misura approssimata del lato, il cui scarto è inferiore all'1% rispetto a quella esatta.*

## 28. Divisione approssimata della circonferenza in qualunque numero di parti (regola dell'occhio)



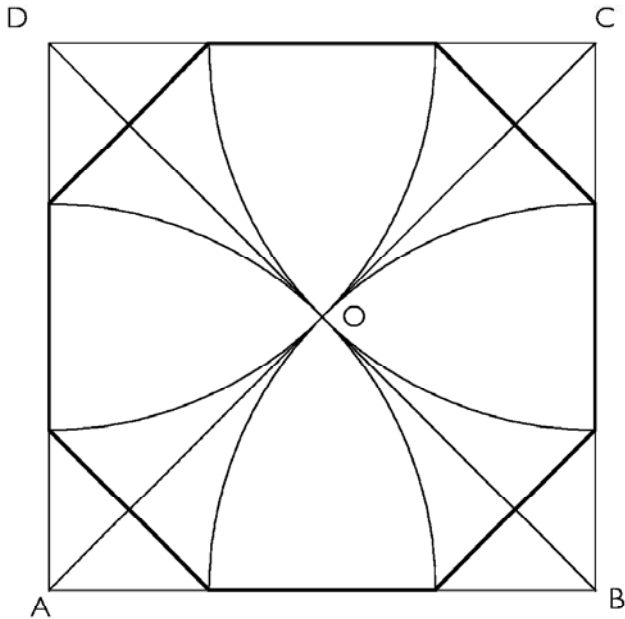
Si traccia una circonferenza di centro  $O$  e raggio a piacere.

Si traccia il diametro  $MN$  ed il suo asse. Con centro rispettivamente in  $M$  ed  $N$  si tracciano due archi di circonferenza di raggio  $MN$  che individuano sull'asse i punti  $P$  e  $Q$ .

Si divide il diametro  $MN$  in un numero di parti uguale al numero di lati del poligono cercato. Da  $P$  e  $Q$  si conducono delle rette passanti per i punti individuati, considerando esclusivamente i punti indicati con numero dispari (quindi indicati con  $1, 3, 5, \dots$ ), o solo quelli indicati con numero pari (indicati con  $2, 4, 6, \dots$ ). Queste rette individuano sulla circonferenza dei punti che sono i vertici del poligono cercato.

In figurasi riporta l'esempio per la divisione in nove parti della circonferenza. In questo caso sono stati considerati i punti numerati  $1, 3, 5, 7, 9$ , che, proiettati da  $P$  e  $Q$  hanno permesso di individuare sulla circonferenza i nove punti cercati.

## 29. Inscrivere un ottagono in un quadrato

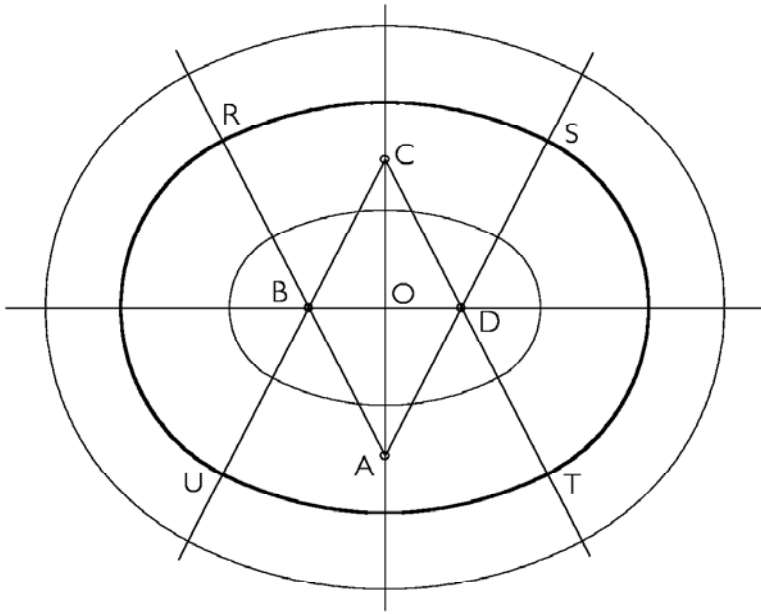


Si disegna un quadrato  $ABCD$  e si tracciano le sue diagonali, che si incontrano nel punto  $O$ .

Con centro in  $A$  e raggio  $OA$  si traccia un arco di circonferenza che individua sui lati  $AB$  e  $AD$  due vertici dell'ottagono.

Si ripete l'operazione per i vertici  $B, C$  e  $D$ . Unendo di seguito i punti così ottenuti si disegna l'ottagono regolare inscritto.

### 30. Costruzione generale dell'ovale a quattro centri (prima costruzione di Serlio)



Si disegnano due assi ortogonali che si incontrano nel punto O.

Si scelgono i centri degli archi di circonferenza che compongono l'ovale, in modo che OA sia uguale ad OC ed OB sia uguale ad OD.

Si tracciano le due semirette che passano per AB e AD e le due semirette che passano per CB e CD, su cui si trovano i punti di raccordo degli archi.

Con centro in A e raggio a piacere AR si traccia un arco di circonferenza RS.

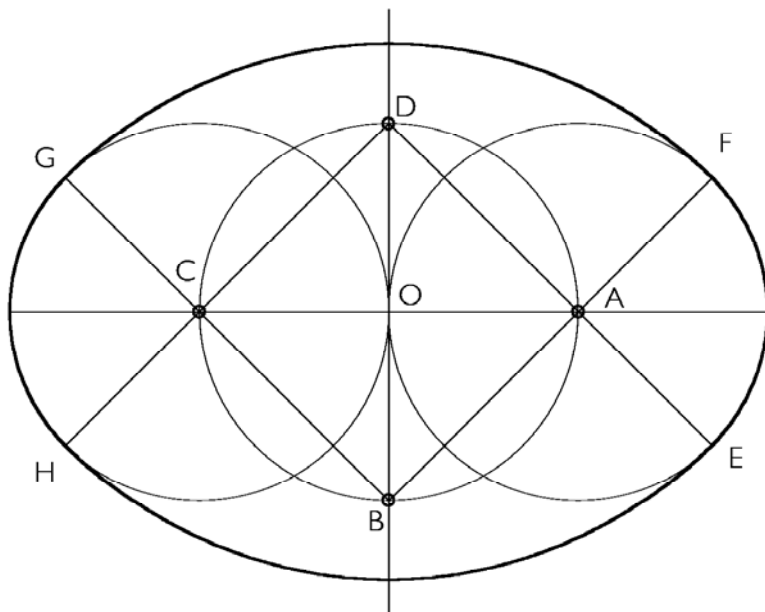
Con centro in D e raggio DS si traccia un arco di circonferenza ST.

Con centro in C e raggio CT, si traccia un arco di circonferenza TU.

Con centro in B e raggio BU si traccia un arco di circonferenza UR, che completa la figura.

Scegliendo diverse lunghezze del raggio AR, e di conseguenza degli altri raggi di circonferenza, si ottengono altri ovali concentrici.

### 31. Ovale diagono (seconda costruzione di Serlio)



Si disegnano due rette ortogonali che si incontrano nel punto O.

Si traccia una circonferenza di centro O e raggio OA, pari ad un quarto dell'asse maggiore dell'ovale, che interseca gli assi nei punti A, B, C e D.

Si tracciano i segmenti AB, AD, CD e CB.

Con centro in A e raggio OA si traccia una circonferenza, che incontra i prolungamenti di AD e AB, dalla parte di A, nei punti E e F.

Con centro in C e raggio OA si traccia una circonferenza, che incontra i prolungamenti di BC e DC, dalla parte di C, nei punti G e H.

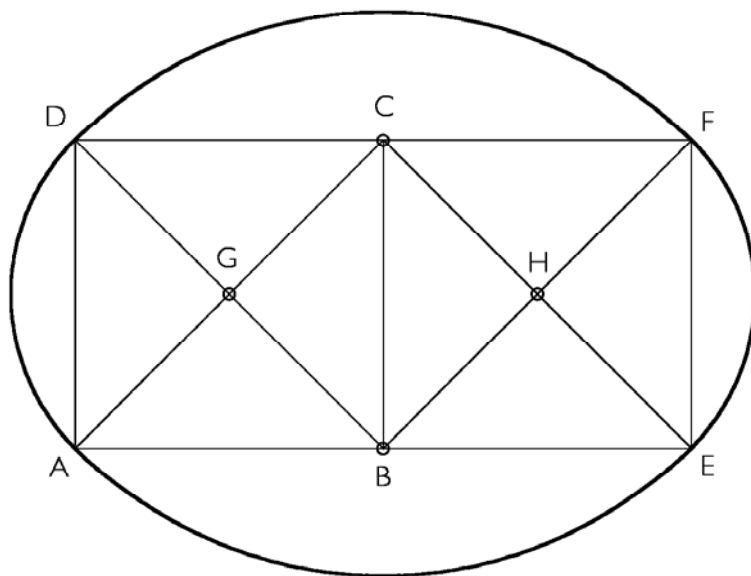
Con centro in A e raggio AE si traccia un arco di circonferenza EF.

Con centro in B e raggio BF si traccia un arco di circonferenza FG.

Con centro in C e raggio CG, si traccia un arco di circonferenza GH.

Con centro in D e raggio DH si traccia un arco di circonferenza HE, che completa la figura.

## 32. Ovale sul doppio quadrato (terza costruzione di Serlio)



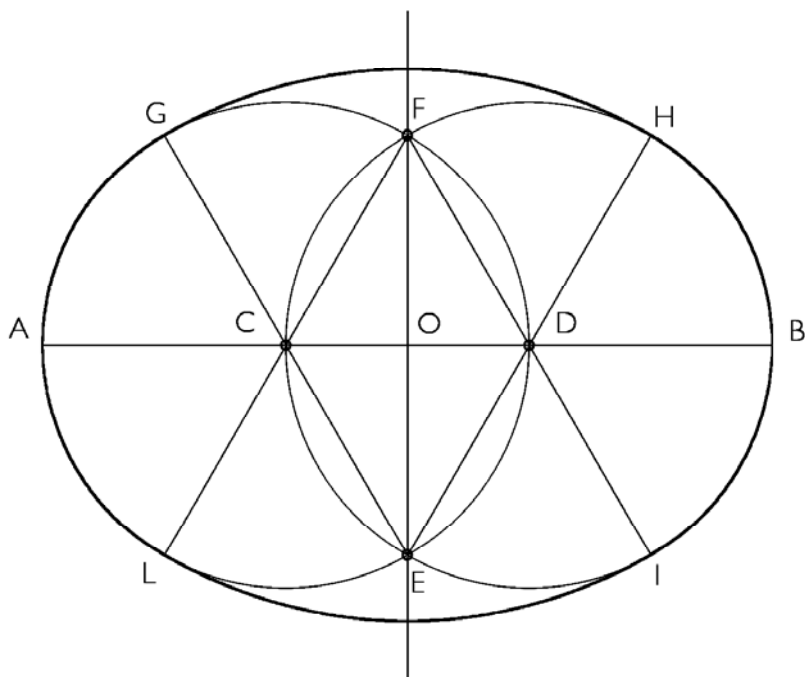
Si disegnano i due quadrati affiancati ABCD e BEFC.

Si tracciano le rispettive diagonali che si incontrano nei punti G e H.

Con centro in C e raggio AC si traccia un arco di circonferenza AE. Con centro in H e raggio HE si traccia un arco di circonferenza EF. Con centro in B e raggio BF, si traccia un arco di circonferenza FD. Con centro in G e raggio GD si traccia un arco di circonferenza DA, che completa la figura.



### 33. Ovale equilatero (quarta costruzione di Serlio)



Si disegna l'asse AB, ed il suo punto medio O.

Si traccia per O la perpendicolare ad AB. Si divide AB in tre parti uguali, individuando i due punti C e D.

Con centro in C ed in D si tracciano due circonferenze di raggio uguale a AC. Le due circonferenze si intersecano nei punti E ed F.

Si tracciano i segmenti EC, ED, FC e FD e si prolungano fino ad incontrare le circonferenze nei punti G, H, I ed L.

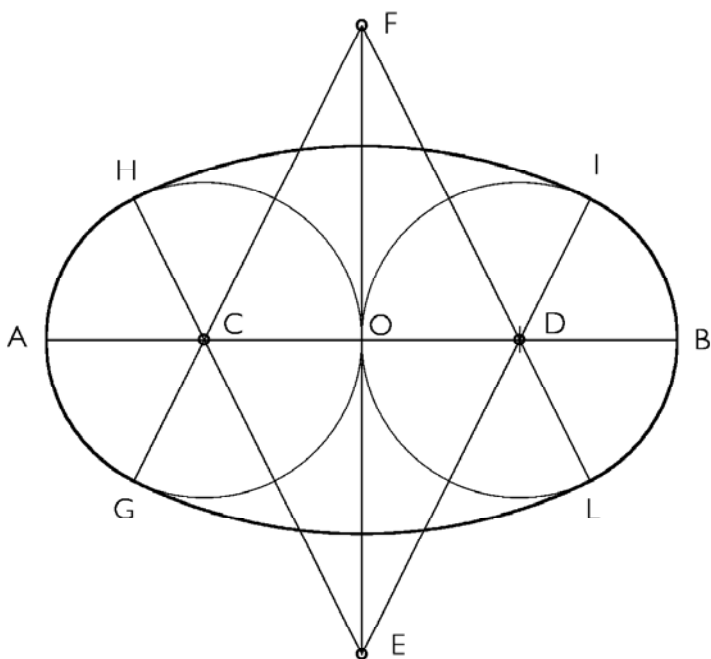
Con centro in C e raggio AC si traccia un arco di circonferenza LG.

Con centro in E e raggio EG si traccia un arco di circonferenza GH.

Con centro in D e raggio DH, si traccia un arco di circonferenza HI.

Con centro in F e raggio FI si traccia un arco di circonferenza IL, che completa la figura.

## 34. Ovale aureo



Si disegnano due rette ortogonali che si incontrano nel punto O.

Su una retta si riporta l'asse AB, in modo che O sia il punto medio di AB e su AB si trovano due punti C e D, tali che OC e OD siano un quarto di AB.

Sull'altro asse si dispongono due punti E ed F, distanti da O la metà di AB. Con centro in C ed in D e raggio uguale a AC si tracciano due circonferenze.

Si tracciano i segmenti EC, ED, FC e FD e si prolungano fino ad incontrare le circonferenze nei punti G, H, I ed L.

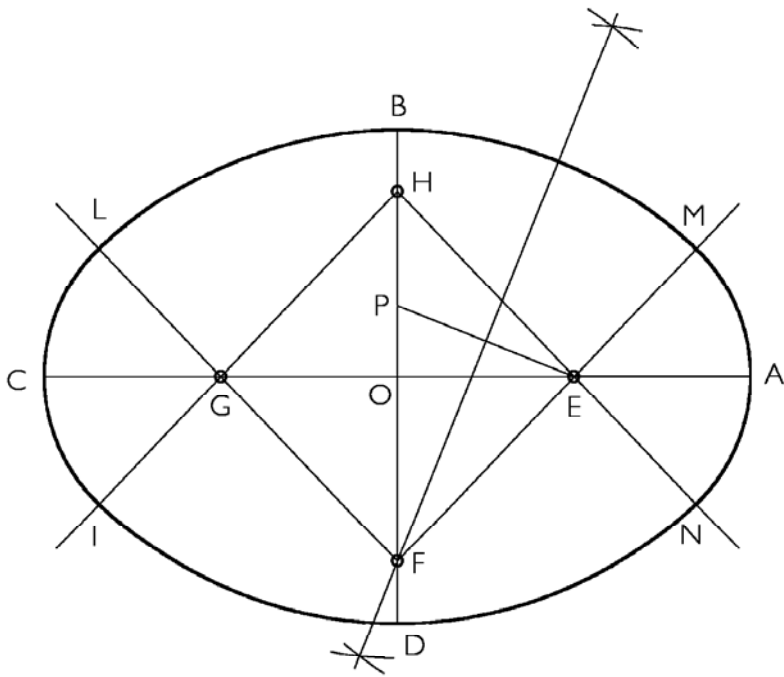
Con centro in C e raggio AC si traccia un arco di circonferenza GH.

Con centro in E e raggio EH si traccia un arco di circonferenza HI.

Con centro in D e raggio DI, si traccia un arco di circonferenza IL.

Con centro in F e raggio FI si traccia un arco di circonferenza LG, che completa la figura.

### 35. Ovale date le misure degli assi (costruzione di Bosse)



Uscenti dal punto O, si disegnano i semiassi dell'ovale OA, OB, OC, e OD.

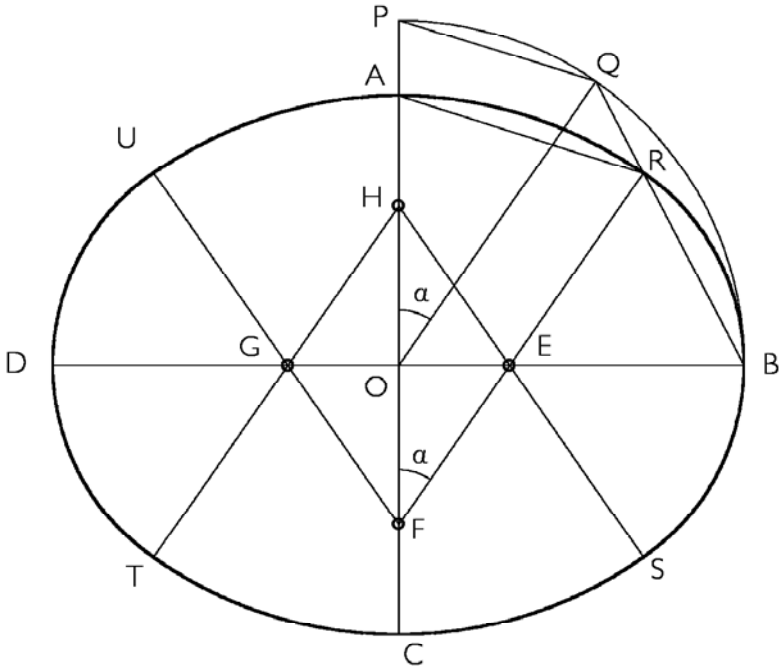
Si sceglie a piacere una lunghezza AE, minore di OB, che sarà pari al raggio dell'arco minore che determina l'ovale. Si riporta il segmento AE su OB, a partire da B, individuando il punto P.

Si traccia il segmento EP e se ne traccia l'asse, che incontra in F il segmento OD o il suo prolungamento. Si riportano i punti E ed F, simmetricamente rispetto ad O, individuando i punti G ed H. Si tracciano i segmenti FG, FE, HG, HE, e li si prolungano dalla parte di G e di E.

Con centro in G e raggio AE si traccia un arco di circonferenza IL. Con centro in F e raggio FL si traccia un arco di circonferenza LM. Con centro in E e raggio AE, si traccia un arco di circonferenza MN.

Con centro in H e raggio HN si traccia un arco di circonferenza NI, che completa la figura.

36. Ovale con qualunque inclinazione date le misure degli assi (costruzione di Huygens)



Uscenti dal punto O, si disegnano i semiassi dell'ovale OA, OB, OC, e OD.

Con centro in O e raggio OB si traccia un arco di circonferenza che interseca in P il prolungamento di OA. Con vertice in O, a partire da OA si disegna a piacere un angolo di apertura  $\alpha$  il cui lato interseca l'arco nel punto Q. Si tracciano i segmenti PQ e QB.

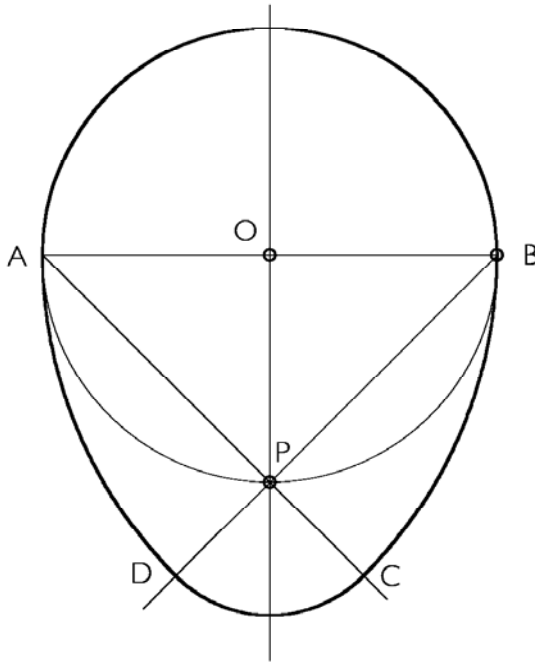
A partire da A si traccia un segmento parallelo a PQ che interseca in R il segmento BQ.

Da R si traccia una semiretta inclinata rispetto ad AC di un angolo pari ad  $\alpha$ , che incontra gli assi nei punti E ed F.

Simmetricamente rispetto ad O si riportano i punti E ed F, individuando i punti G ed H. Si tracciano i segmenti FG, HE e HG e li si prolungano dalla parte di G e di E.

Con centro in E e raggio ER si traccia un arco di circonferenza RS. Con centro in H e raggio HS si traccia un arco di circonferenza ST. Con centro in G e raggio GT, si traccia un arco di circonferenza TU. Con centro in F e raggio FU si traccia un arco di circonferenza UR, che completa la figura.

### 37. Ovolo dato l'asse minore



Si traccia un segmento AB pari all'asse minore dato.

Si traccia l'asse di AB, che passa per il punto medio O.

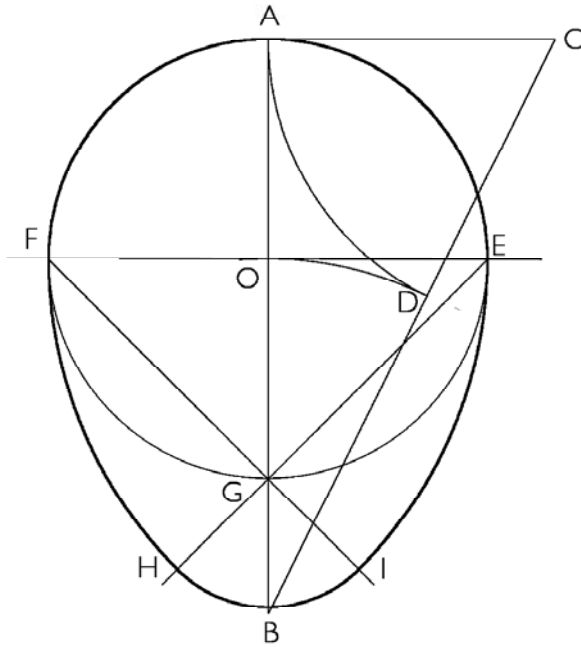
Con centro in O e raggio OA, si traccia una circonferenza, che interseca in P l'asse.

Si tracciano i segmenti AP e BP e li si prolungano dalla parte di P.

Con centro rispettivamente in A e B e raggio AB, si tracciano due archi di circonferenza BC e AD.

Con centro in P e raggio PC si traccia l'arco di circonferenza CD che completa la figura.

### 38. Ovolo dato l'asse maggiore (costruzione approssimata)



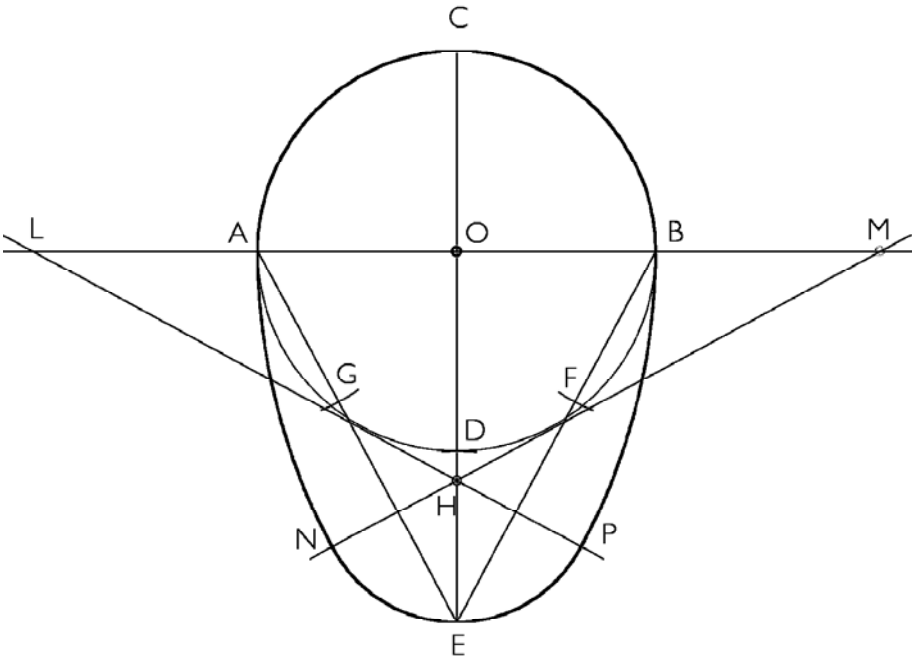
Si traccia il segmento AB uguale all'asse maggiore. Si traccia in A un segmento AC, perpendicolare ad AB e lungo la metà. Si unisce C con B e si traccia con centro in C un arco di raggio AC che interseca BC nel punto D. Con centro in B si traccia un arco che interseca in O il segmento AB. Si traccia una perpendicolare ad AB che passa per O.

Si disegna una circonferenza di centro O e raggio OA, che interseca le due perpendicolari in E, F e G. Si tracciano i segmenti EG ed FG e li si prolungano dal lato di G. Con centro in E e F, si tracciano due archi di circonferenza di raggio EF, che intersecano i prolunghi di EG ed FG in H ed I.

Con centro in G e raggio GH si traccia l'arco HI che chiude la figura.

*Completato il disegno si noterà che l'asse maggiore dell'ovolo costruito è più piccolo di AB.*

### 39. Ovolo dati gli assi



Si disegna il segmento AB pari all'asse minore dell'ovolo, e se ne trova l'asse.

Con centro in O, punto medio di AB, si traccia una circonferenza di raggio OA, che incontra in C e D l'asse.

Sull'asse, a partire da C si traccia un segmento CE pari all'asse maggiore dell'ovolo cercato.

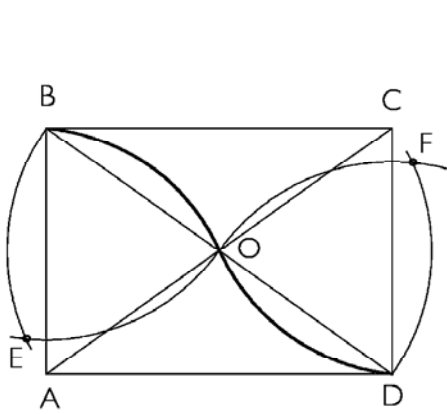
Si tracciano i segmenti EA e BE, sui quali si riporta la distanza DE, a partire rispettivamente da A e B, individuando i punti F e G.

Si tracciano gli assi dei segmenti EF ed EG, che incontrano in L ed M il prolungamento di AB, ed in H l'asse maggiore.

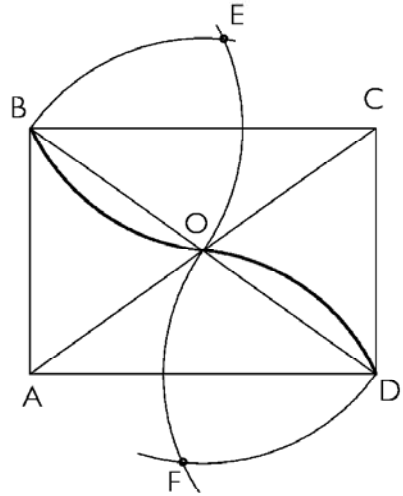
Con centro rispettivamente in L ed M e raggio LB, si tracciano due archi, che incontrano in P ed N i prolungamenti di LH ed MH.

Con centro in H e raggio HP si traccia l'arco PN che completa la figura.

## 40. Costruzione della gola dritta e rovescia



DRITTA



ROVESCIA

Si vuole costruire una gola che unisce i punti B e D, riferiti ad un orizzonte.

Dato il rettangolo ABCD, si disegnano le diagonali AC e BD, che si incontrano nel punto O.

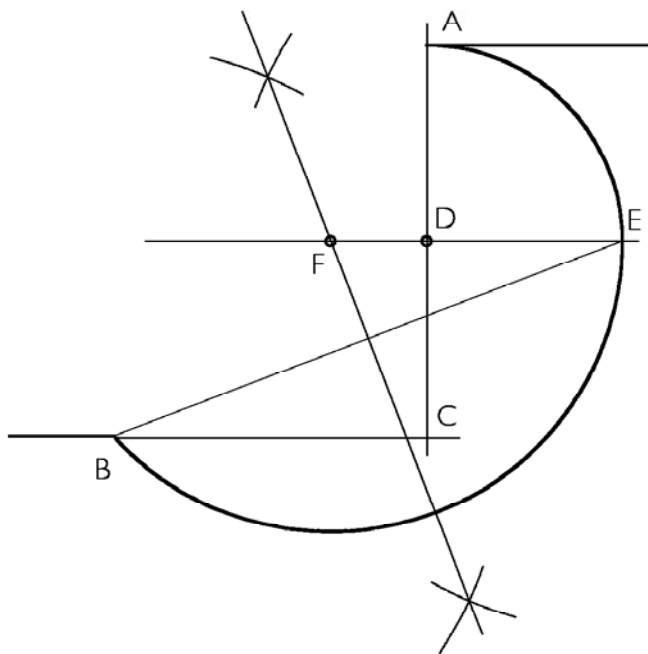
Per disegnare la gola dritta, con centro rispettivamente in B ed in O e raggio OB, si tracciano due archi, dalla parte di A rispetto a BD, che si incontrano nel punto E. Con centro rispettivamente in C ed in O e raggio OC, si tracciano due archi dalla parte di C rispetto a BD, che si incontrano nel punto F. Con centro in E e raggio EB si traccia l'arco OB. Con centro in F e lo stesso raggio si traccia l'arco OD, completando la figura.

Per disegnare la gola rovescia si ripete la costruzione costruendo E dalla parte di C ed F dalla parte di A.

*Per ottenere archi di curvatura minore di quelli descritti basta scegliere gli archi che individuano i punti E ed F sempre uguali tra loro ma di misura maggiore di OB.*



## 41. Costruzione della scozia di Vignola



Dati i punti A e B, riferiti rispetto ad un orizzonte, li si vogliono unire con una scozia.

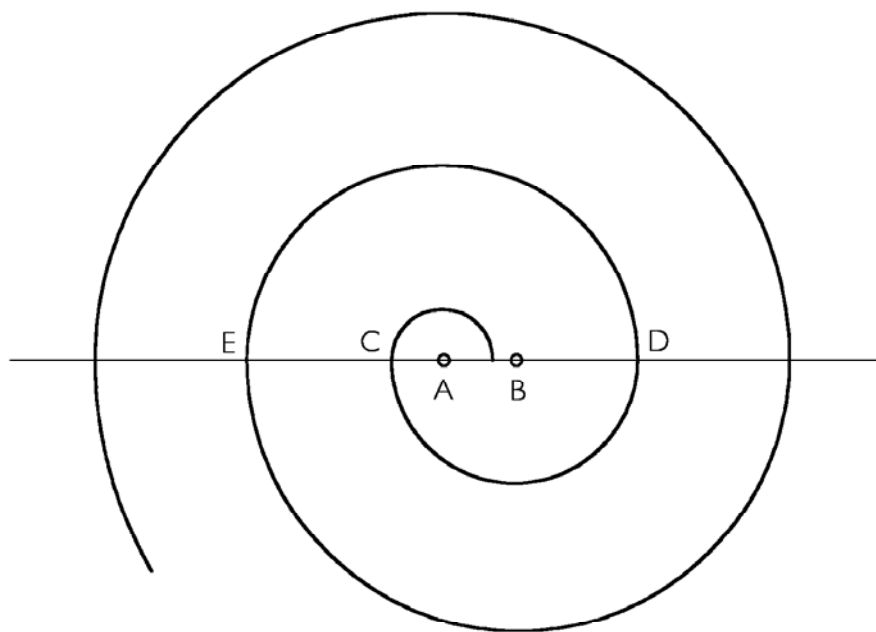
Si traccia una retta orizzontale che passa per B. Da A si traccia una verticale che incontra in C la retta.

Si traccia l'asse del segmento AC, che individua su di esso il punto medio D.

Con centro in D e raggio AD si traccia un arco che interseca in E l'asse di AC. Si traccia il segmento BE. Si traccia l'asse di BE che incontra l'asse di AC nel punto F.

Con centro in F e raggio EF, si traccia l'arco EB che completa la figura.

## 42. Spirale a due centri



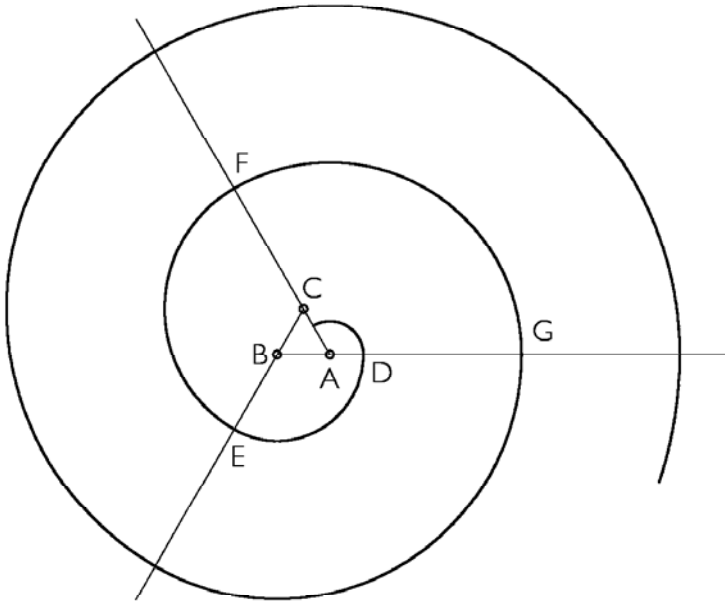
Lungo una retta si posizionano i punti A e B ad una distanza pari alla metà del passo della spirale cercata.

Con centro in A e raggio a piacere, si traccia un arco che interseca in C la retta.

Con centro in B e raggio BC, si traccia un arco che interseca in D la retta. Con centro in A e raggio AD, si traccia un arco che interseca in E la retta.

Continuando a ripetere l'operazione, alternando i centri e aumentando di una lunghezza pari ad AB il raggio, si continua indefinitamente il disegno della spirale.

### 43. Spirale triangolare



Si disegna un triangolo equilatero ABC il cui lato misura un terzo del passo della spirale cercata.

Si prolunga AB dalla parte di A, BC dalla parte di B e AC dalla parte di C.

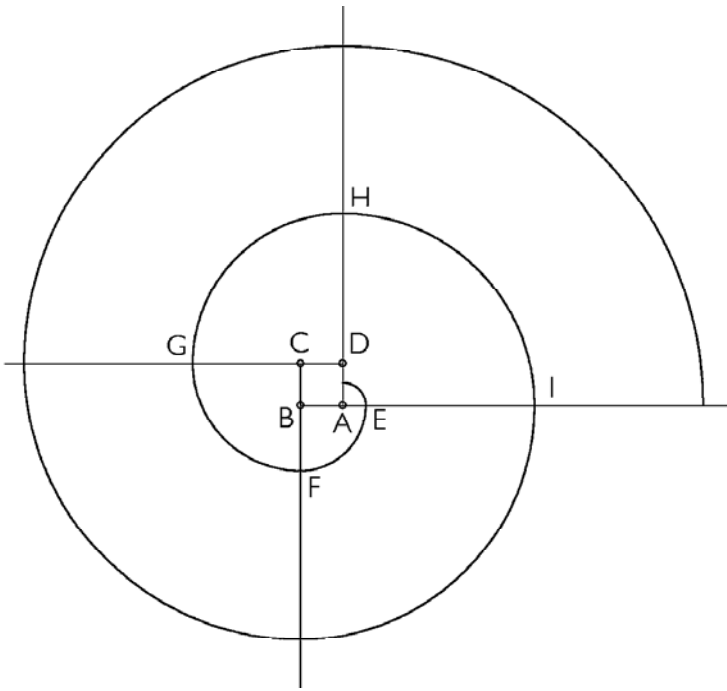
Con centro in A e raggio a piacere, si traccia un arco che interseca in D il prolungamento di AB. Con centro in B e raggio BD, si traccia un arco che interseca in E il prolungamento di BC.

Con centro in C e raggio CE, si traccia un arco che interseca in F il prolungamento di AC.

Con centro in A e raggio AF, si traccia un arco che interseca in G il prolungamento di AB.

Continuando a ripetere l'operazione, alternando i centri e aumentando di una lunghezza pari ad AB il raggio, si continua indefinitamente il disegno della spirale.

## 44. Spirale quadrata

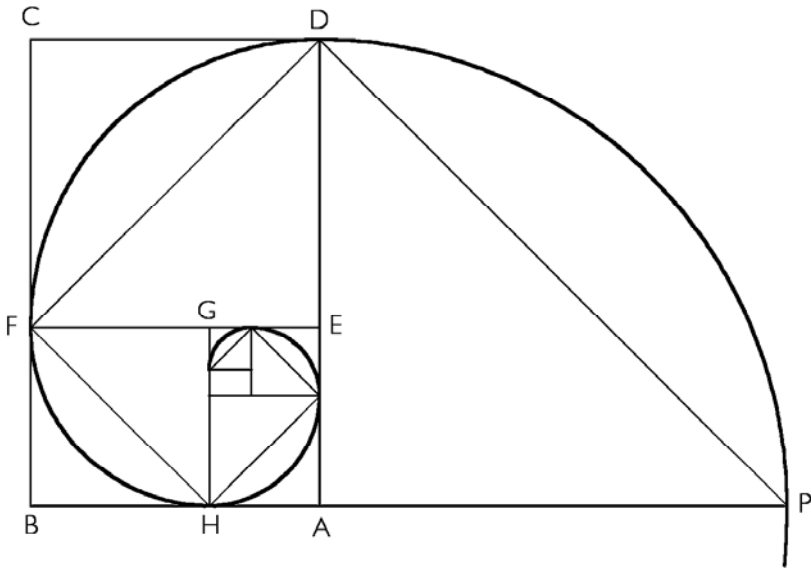


Si disegna un quadrato ABCD il cui lato misura un quarto del passo della spirale cercata. Si prolunga AB dalla parte di A, BC dalla parte di B, CD dalla parte di C e AD dalla parte di D.

Con centro in A e raggio a piacere, si traccia un arco che interseca in E il prolungamento di AB. Con centro in B e raggio BE, si traccia un arco che interseca in F il prolungamento di BC. Con centro in C e raggio CF, si traccia un arco che interseca in G il prolungamento di CD. Con centro in D e raggio DG, si traccia un arco che interseca in H il prolungamento di AD. Con centro in A e raggio AH, si traccia un arco che interseca in I il prolungamento di AB.

Continuando a ripetere l'operazione, alternando i centri e aumentando di una lunghezza pari ad AB il raggio, si continua indefinitamente il disegno della spirale.

## 45. Spirale aurea

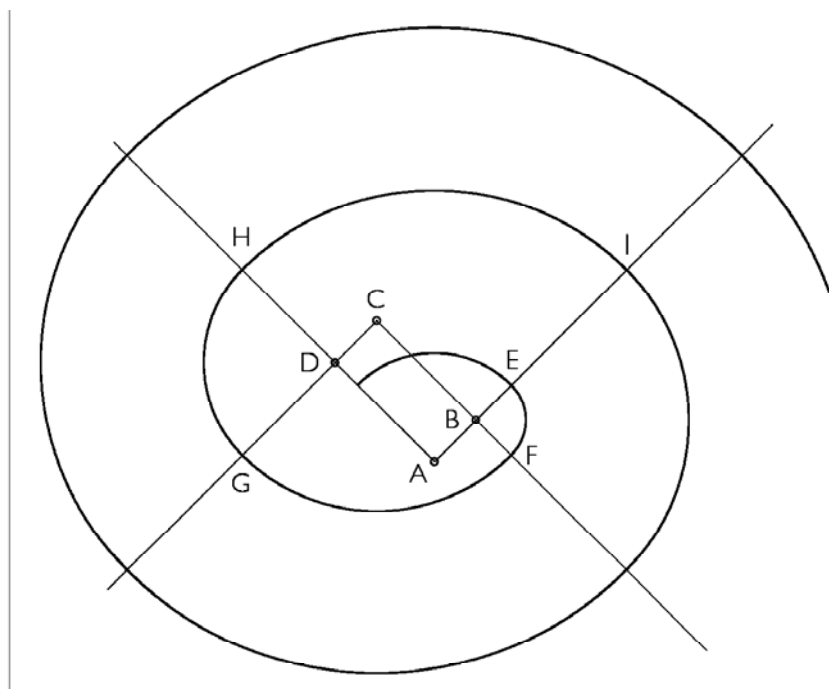


Si traccia un rettangolo aureo ABCD.

Su AD si riporta una distanza pari ad AB, individuando il punto E. Con centro in E e raggio DE si traccia un arco di un quarto di circonferenza, individuando il punto F. Su EF si riporta una distanza pari ad FB, individuando il punto G. Con centro in G e raggio GF si traccia un arco di un quarto di circonferenza, individuando il punto H. Ripetendo l'operazione si costruisce la spirale aurea all'interno del rettangolo dato.

Con centro in A e raggio AD, si traccia un arco di un quarto di circonferenza, individuando sul prolungamento di AB il punto P. Con centro in B e raggio BP, si traccia un arco di un quarto di circonferenza, individuando sul prolungamento di BC il punto Q (fuori dall'immagine). Ripetendo l'operazione si costruisce la spirale aurea all'esterno del rettangolo dato.

## 46. Spirale ovale

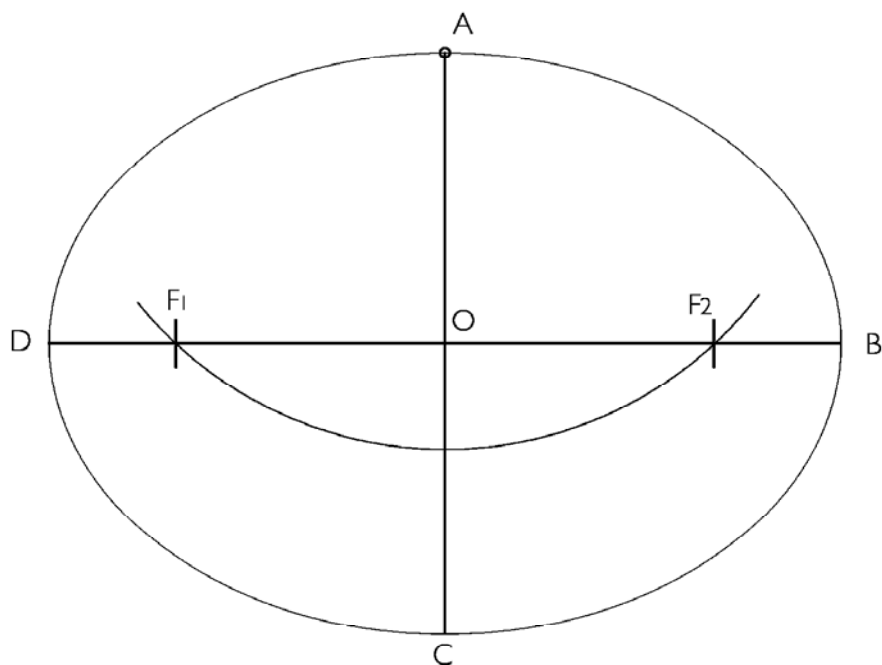


Si disegna un rettangolo ABCD il cui la differenza tra i due lati è la metà del passo della spirale cercata. Si prolungano AB e BC dalla parte di B, e AD e CD dalla parte di D.

Con centro in A e raggio a piacere, si traccia un arco che interseca in E il prolungamento di AB. Con centro in B e raggio BE, si traccia un arco che interseca in F il prolungamento di BC. Con centro in C e raggio CF, si traccia un arco che interseca in G il prolungamento di CD. Con centro in D e raggio DG, si traccia un arco che interseca in H il prolungamento di AD. Con centro in A e raggio AH, si traccia un arco che interseca in I il prolungamento di AB.

Continuando a ripetere l'operazione si continua indefinitamente il disegno della spirale.

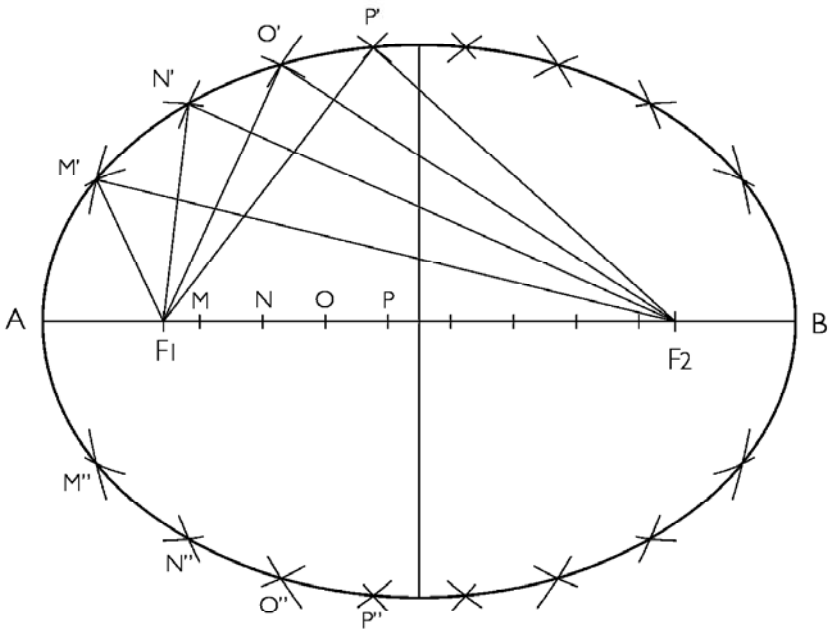
47. Trovare i fuochi dell'ellisse dati gli assi



Si disegnano gli assi dell'ellisse AC e BD che si intersecano a vicenda nel punto medio comune O.

Con centro in A e raggio OB, si traccia un arco di circonferenza che interseca l'asse maggiore nei punti F1 ed F2, fuochi dell'ellisse.

## 48. Disegnare l'ellisse tramite i raggi focali



Si disegnano gli assi dell'ellisse e si trovano i suoi fuochi  $F_1$  ed  $F_2$  posti sull'asse maggiore  $AB$ .

Si sceglie sull'asse maggiore un punto a piacere  $M$ .

Si traccia un arco di circonferenza di centro  $F_1$  con apertura di compasso  $AM$ .

Si traccia un arco di circonferenza di centro  $F_2$  con apertura di compasso  $BM$ .

I due archi si intersecano nei punti  $M'$  ed  $M''$ , che sono due punti dell'ellisse.

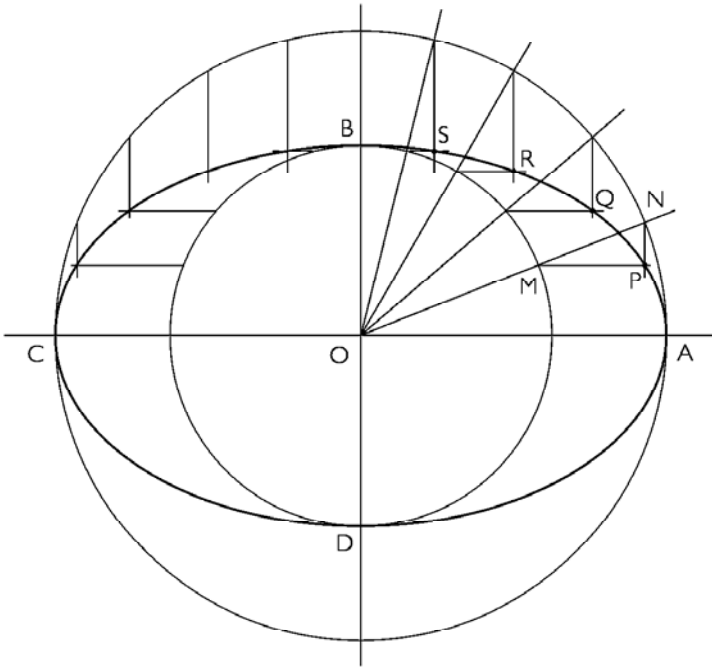
Ripetendo l'operazione, scelti i punti  $N, O, P, \dots$ , si individuano i punti  $N'$  ed  $N''$ ,  $O'$  ed  $O''$ ,  $P'$  ed  $P''$ ,  $\dots$

Unendo i punti si ottiene l'ellisse cercata.

*Si noti che utilizzando una corda di lunghezza  $AB$  legata per gli estremi nei fuochi, si può guidare una punta scrivente sul piano che segna il contorno dell'ellisse.*



## 49. Dati gli assi costruire l'ellisse



Si disegnano gli assi dell'ellisse AC e BD che si intersecano a vicenda nel punto medio comune O.

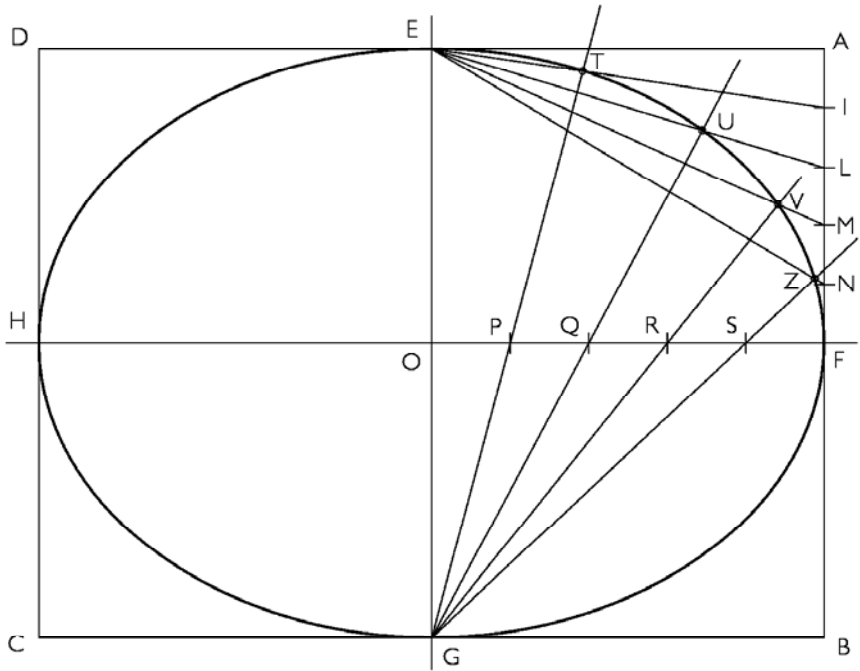
Con centro in O si traccia una circonferenza di raggio OB ed una circonferenza di raggio OA.

Da O si traccia una retta a piacere che interseca in M ed N le circonferenze. Si tracciano due segmenti per M ed N, paralleli rispettivamente all'asse maggiore ed all'asse minore, che si incontrano nel punto P, che appartiene all'ellisse.

Ripetendo l'operazione con diverse rette uscenti da O, si ottengono altrettanti punti dell'ellisse Q, R, S, ...

Unendo i punti si disegna l'ellisse cercata.

50. Disegnare l'ellisse inscritta in un rettangolo senza usare gli assi



Si disegna il rettangolo ABCD.

Si tracciano le mediane del rettangolo EG e FH, che si incontrano nel punto O. Si divide AF in un numero a piacere di parti, ad esempio cinque, individuando i punti I, L, M ed N.

Si divide OF nello stesso numero di parti, individuando i punti P, Q, R ed S.

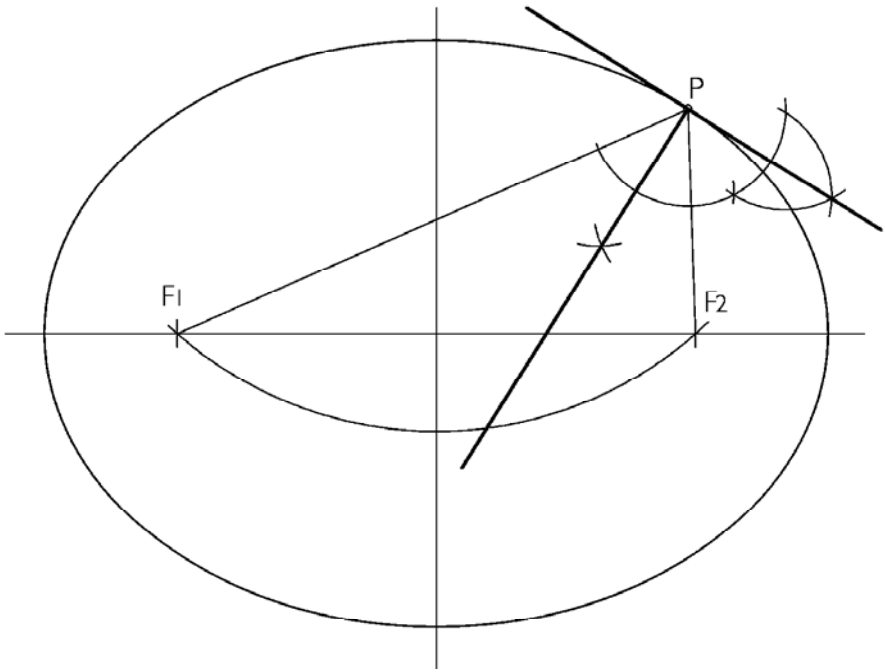
Si traccia il segmento GP e lo si prolunga dalla parte di P.

Si traccia il segmento EI, che interseca il prolungamento di GP nel punto T.

Ripetendo l'operazione per le coppie di punti Q ed L, R ed M, N ed S, si individuano i punti U, V e Z.

Ripetendo la costruzione per ciascun quarto dell'ellisse si completa la figura.

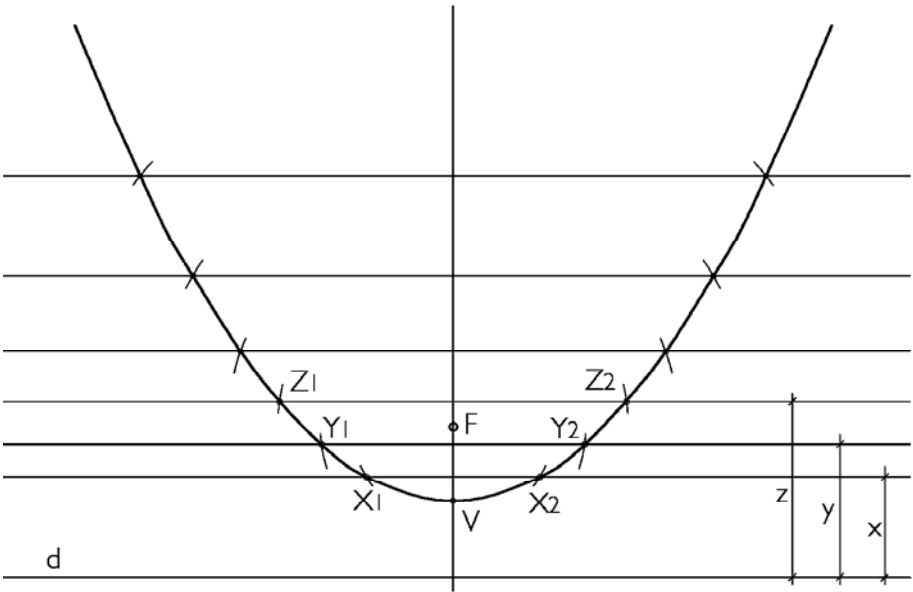
# 51. Disegnare la tangente e l'ortogonale ad un punto dell'ellisse



Si disegna un'ellisse avente fuochi  $F_1$  ed  $F_2$ , ed un punto  $P$  su di esso. Si unisce  $P$  con  $F_1$  ed  $F_2$ . Si traccia la bisettrice dell'angolo  $F_1PF_2$ , che è la perpendicolare cercata.

La perpendicolare a questa retta passante per  $P$  è la tangente cercata.

## 52. Disegnare la parabola dati la direttrice ed il fuoco



Si traccia una retta  $d$ , direttrice della parabola cercata, e si individua un punto  $F$ , fuoco assegnato, esterno ad essa.

Si traccia una retta perpendicolare a  $d$  che passa per  $F$ , detta asse della parabola. Su di essa si individua il punto  $V$ , vertice della parabola, posto a metà tra  $F$  e l'intersezione con  $d$ . Si traccia una retta parallela a  $d$  posta rispetto ad essa ad una distanza  $x$  scelta a piacere.

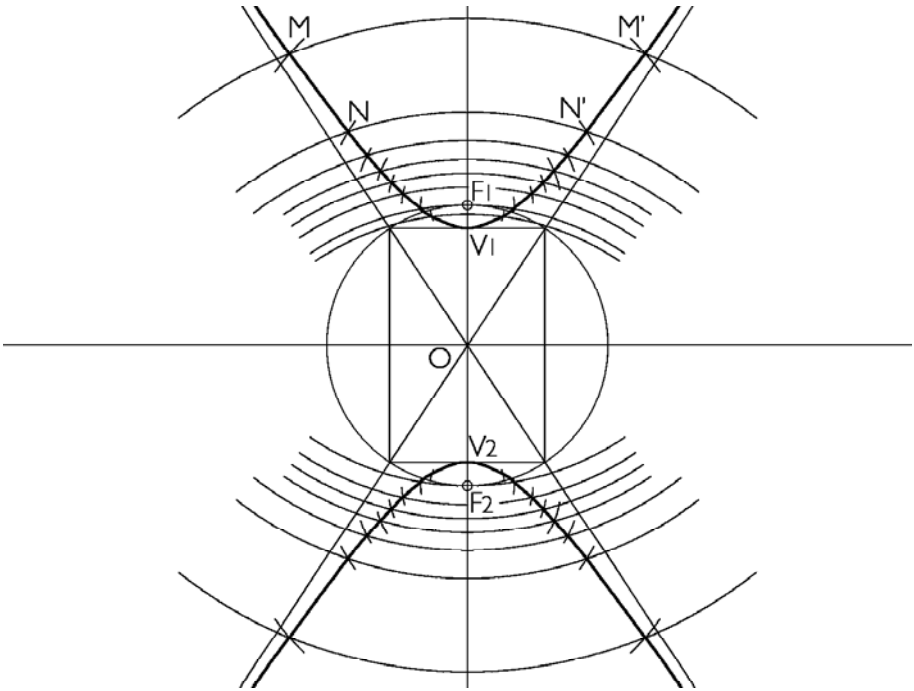
Con centro in  $F$  e raggio pari ad  $x$  si tracciano due archi che intersecano in  $X_1$  ed  $X_2$  la retta.

I punti  $X_1$  ed  $X_2$  sono punti della parabola.

Allo stesso modo, scelte altre rette e tracciati altri archi, si individuano i punti  $Y_1$  ed  $Y_2, Z_1$  e  $Z_2$ , ecc.

Raccordando i punti trovati si disegna la parabola.

### 53. Dati i fuochi ed i vertici, costruire l'iperbole



Su una retta si disegnano i fuochi  $F_1$  ed  $F_2$  e i vertici dell'iperbole da essi equidistanti  $V_1$  e  $V_2$ . La retta funge da asse trasverso dell'iperbole. Si trova il punto medio di  $V_1V_2$ ,  $O$ , e si traccia una retta per  $O$  perpendicolare all'asse trasverso che è l'asse non trasverso. Con centro in  $O$  si traccia una circonferenza di raggio  $OF_1$ .

Dai vertici si tracciano due segmenti paralleli all'asse non trasverso che intersecano la circonferenza in quattro punti.

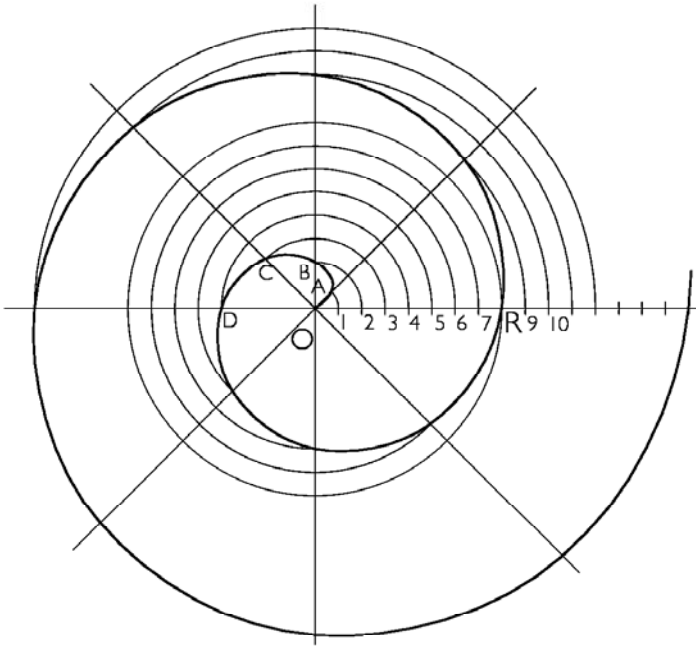
Unendo i punti opposti con due rette si disegnano gli asintoti dell'iperbole.

Con centro  $F_1$  si traccia un arco di circonferenza con raggio a piacere. Con centro in  $F_2$  si traccia un arco avente raggio uguale al primo più la distanza  $V_1V_2$ . Quest'arco incontrerà il primo nei punti  $N$  ed  $N'$ , che sono due punti dell'iperbole.

Con lo stesso metodo, scegliendo altre aperture di compasso, si identificano i punti  $M$  ed  $M'$ ,  $P$  e  $P'$ , ecc

Si ripete simmetricamente l'operazione invertendo  $F_1$  ed  $F_2$ , trovando così i punti del secondo ramo dell'iperbole. Si uniscono i punti trovati disegnando l'iperbole.

## 54. Spirale di Archimede



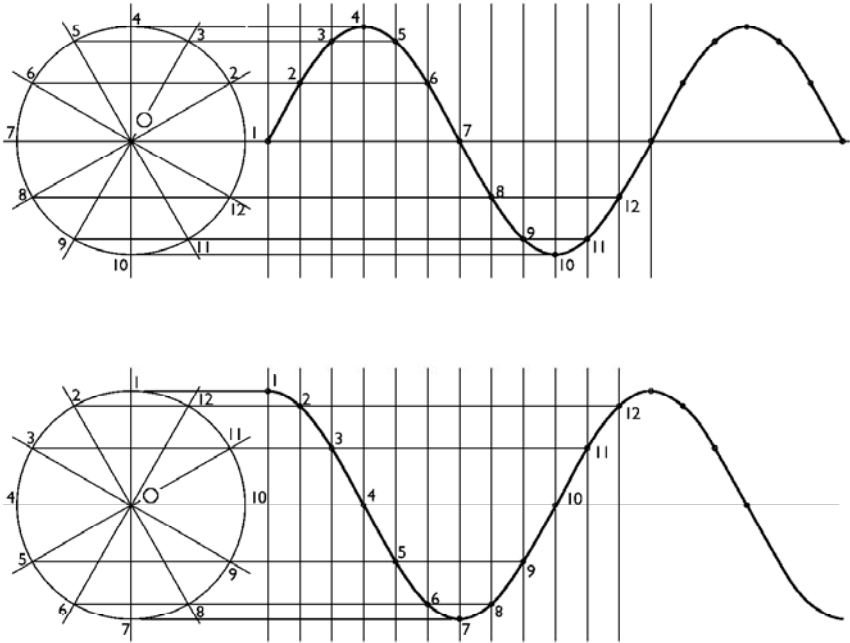
Si disegna una circonferenza di raggio a piacere  $OR$ , uguale al passo della spirale, e si tracciano un numero a piacere di rette passanti per  $O$  che dividono la circonferenza in un numero uguale di parti, (ad esempio otto).

Si divide il raggio  $OR$  in un numero di parti uguale, numerando i punti trovati da 1 a 7. Si continua a piacere la numerazione sul prolungamento di  $OR$ , numerando i punti a partire da 9.

Si traccia un arco di circonferenza che ha centro in  $O$  e raggio  $O1$ , che interseca la prima retta uscente da  $O$  nel punto  $A$ . Si traccia un arco di circonferenza che ha centro in  $O$  e raggio  $O2$ , che interseca la seconda retta uscente da  $O$  nel punto  $B$ . Si traccia un arco di circonferenza che ha centro in  $O$  e raggio  $O3$ , che interseca la terza retta uscente da  $O$  nel punto  $C$ .

Si continua per tutti i punti individuati su  $OR$  e sul suo prolungamento, trovando i punti che, raccordati, descrivono la spirale.

## 55. Sinusoide e cosinusoide



Si traccia una circonferenza di centro  $O$  e raggio a piacere. Si divide la circonferenza in un numero a piacere di parti (ad esempio dodici) e si numerano i punti ottenuti, da 1 a 12.

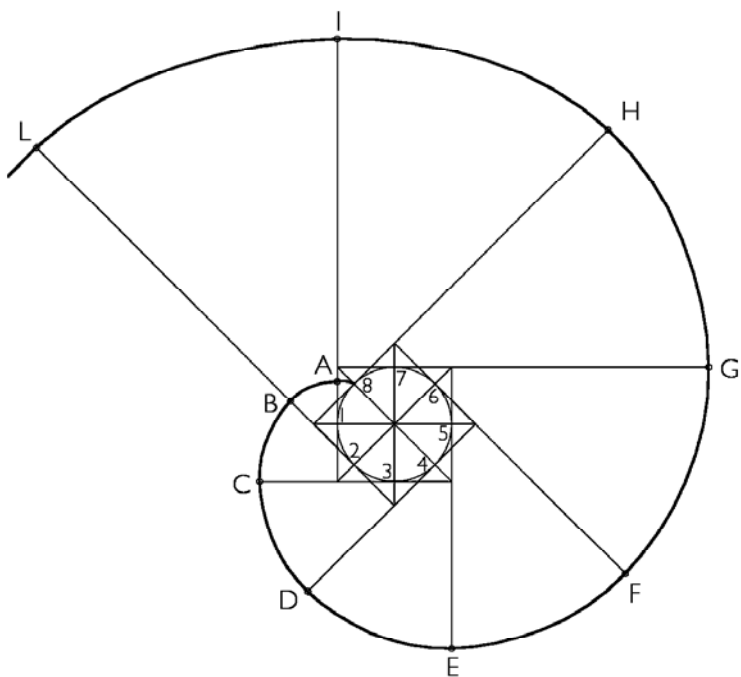
In corrispondenza del raggio che passa per il punto 1 si traccia una retta su cui si individuano un numero di punti pari a quello in cui è stata divisa la circonferenza. Si traccia una perpendicolare alla retta in corrispondenza di ciascun punto individuato.

A partire dal punto 1, si proiettano secondo la direzione della retta, i punti della circonferenza sulle corrispondenti rette perpendicolari, individuando i punti 1', 2', 3', ecc. Unendo i punti trovati si traccia la sinusoide.

Per tracciare la cosinusoide si ripete la stessa costruzione, curando che il punto numero 1 sia in corrispondenza del raggio perpendicolare a quello nella cui direzione si effettua la proiezione dei punti della circonferenza.

Si noterà che la cosinusoide equivale ad una sinusoide traslata.

## 56. Evolvente di circonferenza



Si disegna una circonferenza di raggio a piacere e la si divide in un numero a piacere di parti (ad esempio otto).

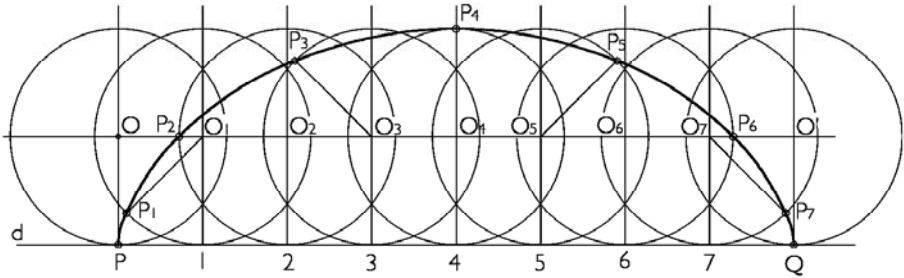
Si numerano gli estremi degli archi da 1 ad 8 e si tracciano le tangenti alla circonferenza in ciascuno degli otto punti. Si calcola (analiticamente o graficamente) la lunghezza di ciascun arco (che vale  $r \times \pi / 4$ ).

Dal punto 1 si riporta sulla tangente una lunghezza pari all'arco trovato e si individua il punto A. Dal punto 2 si riporta sulla tangente una lunghezza pari al doppio dell'arco trovato e si individua il punto B. Dal punto 3 si riporta sulla tangente una lunghezza pari al triplo dell'arco trovato e si individua il punto C.

Si prosegue ricavando tutti i punti necessari che, raccordati, permettono di disegnare l'evolvente.



# 57. Cicloide



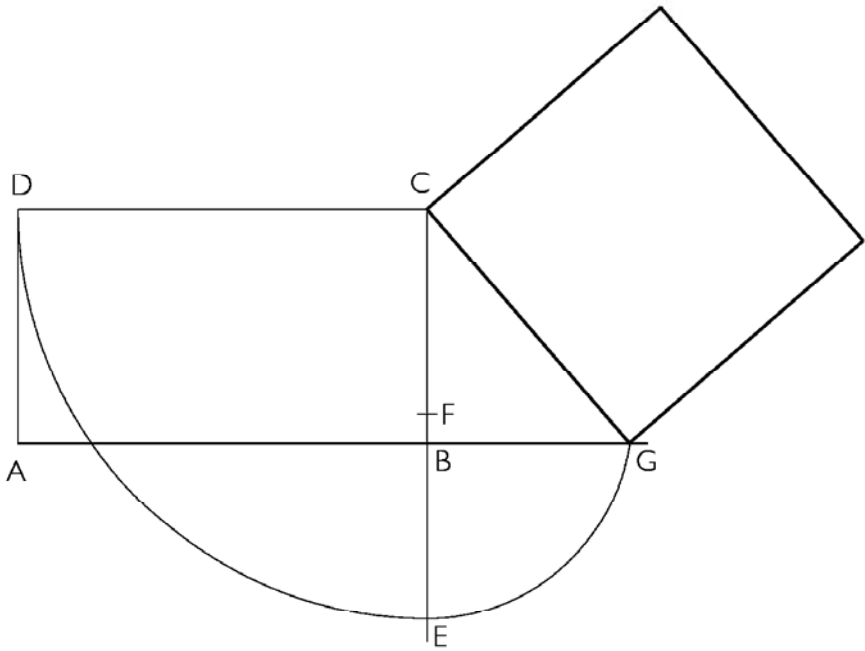
Si disegna una retta  $d$ , detta deferente ed una circonferenza, detta generatrice, di raggio a piacere e centro  $O$  che sia tangente a  $d$  nel punto  $P$ . Si calcola la lunghezza della circonferenza e si riporta tale lunghezza da  $P$ , individuando sulla deferente il punto  $Q$ . Si divide il segmento  $PQ$  in un numero a piacere di parti, ad esempio otto, individuando i punti da 1 a 7. Si divide la circonferenza nello stesso numero di parti. Si traccia il segmento  $OO'$ , parallelo a  $PQ$ .

Dai punti da 1 a 7 individuati su  $d$ , si tracciano rette ortogonali, fino ad incontrare il segmento  $OO'$ , che individuano su di esso i punti  $O_1, O_2, O_3$  e via dicendo. Si disegna la circonferenza di centro  $O_1$  e raggio  $OP$ . Staccando su di essa un arco uguale ad un ottavo della circonferenza, si individua il punto  $P_1$ , che corrisponde alla posizione che assumerebbe  $P$  se la generatrice stesse ruotando sulla retta deferente dopo un ottavo del suo tragitto.

Allo stesso modo si disegna la circonferenza di centro  $O_2$  e di raggio  $OP$ . Si stacca su di essa un arco uguale a due ottavi della circonferenza e si individua il punto  $P_2$ , che corrisponde alla posizione che il punto  $P$  assumerebbe se la generatrice stesse ruotando sulla retta deferente dopo due ottavi del suo tragitto. Si continua allo stesso modo, identificando i punti  $P_3, P_4$ , ecc.

Unendo i punti così trovati si disegna la cicloide.

58. Dato un rettangolo costruire un quadrato equivalente



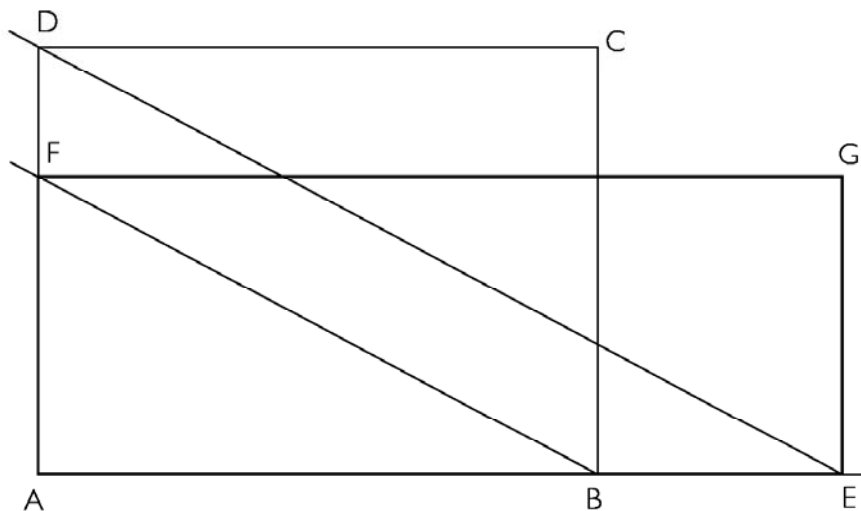
Si disegna il rettangolo da trasformare ABCD.

Con centro in C e raggio CD si disegna un arco che interseca in E il prolungamento di CB. Si trova F, punto medio di CE.

Con centro in F e raggio EF si traccia un arco che interseca in G il prolungamento di AB.

Si traccia il segmento CG. Si disegna il quadrato di lato CG, equivalente al rettangolo dato.

59. Dato un rettangolo costruirne uno equivalente di base assegnata



Si disegna il rettangolo da trasformare  $ABCD$ .

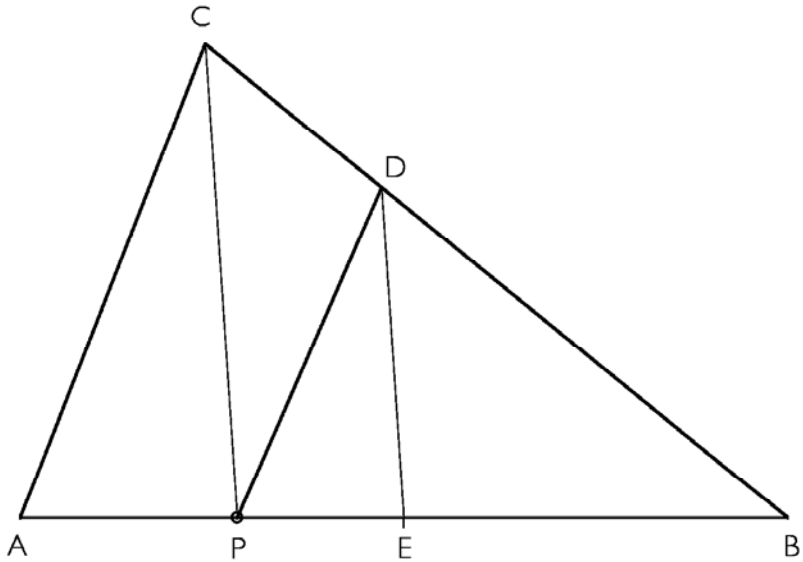
Sul prolungamento di  $AB$ , a partire da  $A$  si distende il segmento  $AE$ , uguale alla base assegnata del rettangolo cercato.

Si traccia il segmento  $DE$ .

Da  $B$  si traccia un segmento parallelo a  $DE$  che incontra in  $F$  il lato  $AD$ .

Si traccia il rettangolo cercato  $AEGF$ , di base  $AE$  ed altezza  $AF$ .

60. Dividere un triangolo in due parti uguali con un segmento che passa per un punto assegnato su un lato



Si disegna il triangolo ABC da dividere in due parti uguali e si fissa un punto P sul lato AB.

Si traccia il segmento CP e si trova E, punto medio di AB.

Si traccia un segmento per E parallelo a CP, che interseca in D il lato BC.

Il segmento PD divide il triangolo in due parti di area uguale.