

# La sezione aurea

«La geometria ha due grandi tesori: uno è il teorema di Pitagora; l'altro è la sezione aurea di un segmento. Il primo possiamo paragonarlo a un oggetto d'oro; il secondo possiamo definirlo un prezioso gioiello».

GIOVANNI KEPLERO

Nella storia dell'umanità la ricerca di canoni estetici, di armonie perfette ha spesso ritrovato sul suo cammino un numero molto speciale: il **numero aureo**. Esso è un numero irrazionale e corrisponde al valore di 1,618033 (i valori decimali in realtà si estendono indefinitamente senza ripetizioni). La singolarità di questo numero sta nel fatto che su di esso si basano proporzioni rilevabili nei più disparati campi della natura, delle scienze, delle arti.

## • Rapporto aureo e geometria

Il rapporto aureo è quello che si stabilisce tra un segmento e una sua parte, in modo che quest'ultima sia il medio proporzionale tra il segmento e la parte residua. Questo rapporto, noto con il nome di *rapporto estremo e medio*, venne ampiamente studiato da **Euclide** (IV -III sec. a.C.) nella sua opera *Elementi*, in cui compendia in modo mirabile e rigoroso il sapere degli antichi nell'ambito della geometria.

Il rapporto aureo nell'esposizione di Euclide si ritrova nella costruzione del pentagono e di alcuni solidi regolari (icosaedro e dodecaedro).

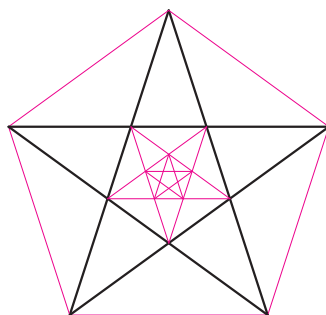
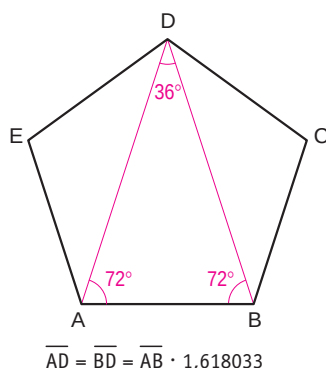
Nel **pentagono** il rapporto tra diagonale e lato è pari al rapporto aureo; con procedimenti grafici era dunque possibile pervenire alla costruzione del pentagono e dei solidi ad esso legati (quali il **dodecaedro** e l'**icosaedro**).

È possibile che questo particolare rapporto abbia dimostrato l'esistenza dei numeri irrazionali sin dagli studi della scuola pitagorica (precedente al trattato di Euclide); la magia dei numeri e delle proporzioni si irradiò da questa scuola in pensatori e scienziati dell'antica Grecia, in particolare Platone (428-347 a.C.).

Nel *Timeo* egli descrive origini e funzioni del cosmo ipotizzando che la materia abbia una struttura basata sui cinque solidi regolari, da allora chiamati **solidi platonici**. A ognuno dei quattro elementi (acqua, terra, aria e fuoco) viene associato un solido regolare, mentre il dodecaedro viene collegato al cosmo nel suo insieme.

Evocazioni magiche suscitavano in antico il pentagramma e la spirale logaritmica.

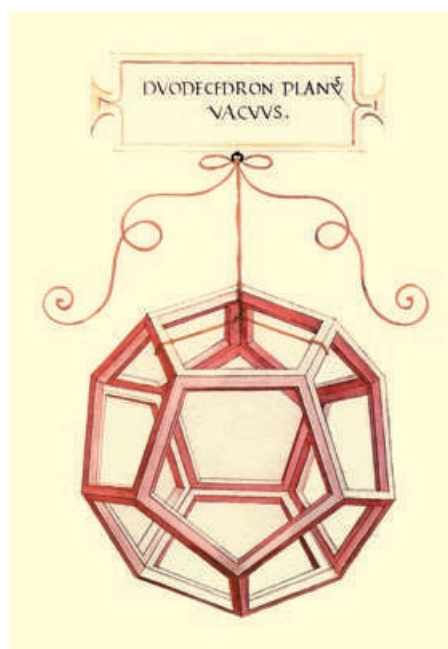
Il **pentagramma** (a fianco), simbolo misterico dei pitagorici, è basato sul pentagono e le sue diagonali; al suo interno si può riprodurre una serie infinita di pentagoni e pentagrammi.



La **spirale logaritmica** è impostata su una serie di rettangoli aurei.

L'infinita riproducibilità di queste figure geometriche assegnava a esse un altissimo potere simbolico legato al cosmo, alla divinità.

In seguito il Rinascimento, periodo in cui il pensiero e l'arte si cimentarono a fondo sui temi dell'armonia, il rapporto aureo fu oggetto di studi particolarmente approfonditi. Oltre ai grandi contributi di **Piero della Francesca** (1412-1492), artista eccelso ma anche grande studioso di geometria, il rapporto aureo venne dettagliatamente indagato da **Luca Pacioli** (1445-1514) nel trattato *De divina proportionem*, superbamente illustrato da **Leonardo da Vinci** (1452-1519); il grande influsso di questo trattato su artisti e scienziati dell'epoca portò anche a denominare il rapporto aureo quale **divina proporzione**.



Il dodecaedro vacuo illustrato da Leonardo da Vinci nel trattato *De divina proportionem* di Luca Pacioli.

## • Rapporto aureo e scienze

**Giovanni Keplero** (1571 - 1630), oltre che grande astronomo, fu anche eccellente matematico. A lui si devono i più acuti legami tra il numero aureo, la matematica, la fisica, la cosmografia. Egli trovò ricorrenti presenze del numero aureo nel moto degli astri, nello sviluppo delle piante, nella **serie di Fibonacci**.

La serie di Fibonacci è dovuta a Leonardo da Pisa, detto **Fibonacci**, grande matematico del XII secolo, che nel suo famoso *Liber abbaci* propose l'uso della numerazione araba dando grande impulso alla rinascita degli studi matematici. Per la soluzione di un problema Fibonacci si avvale della seguente serie:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, ...

Come si può notare ogni termine della successione è pari alla somma dei due precedenti.

Keplero nel 1611 scoprì che nella serie di Fibonacci il rapporto tra ogni numero e il suo predecessore tende inesorabilmente al valore del numero aureo (1,618033...).

In seguito molti altri studiosi di matematica trovarono nella serie di Fibonacci sorprendenti proprietà, tali da conferire a essa un'aura di magia.

### • Rapporto aureo e arte

La particolare passione dei greci per l'armonia geometrica ha fatto ritrovare, talora indebitamente, la presenza del rapporto aureo in molte opere d'arte dell'antichità.

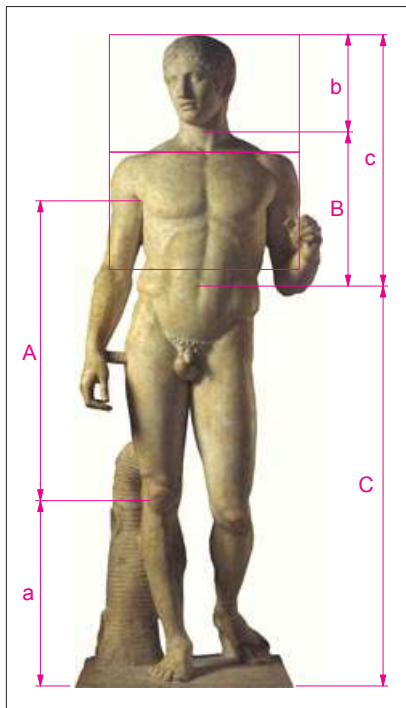
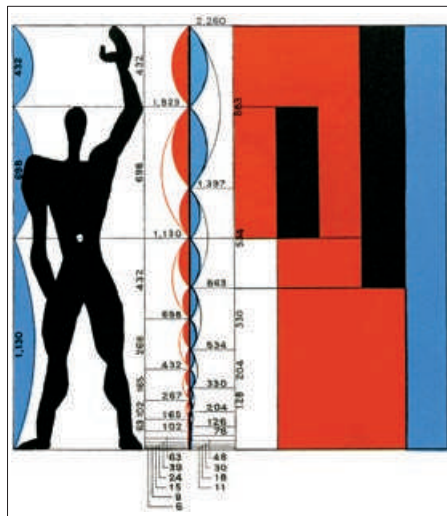
Secondo Policleto (V sec. a.C.), grande scultore e teorico del **canone**, nonché cultore della matematica pitagorica, «la bellezza nasce dall'esatta proporzione non degli elementi, ma di tutte le parti tra di loro». Nella sua famosa scultura del *Doriforo* (a fianco) si ritrovano applicate le regole del «Canone» e proporzioni basate sul rapporto aureo.

Molte ipotesi ritrovano tale proporzione nella struttura della grande Piramide di Giza, del Partenone di Atene, dell'Arco di Costantino a Roma.

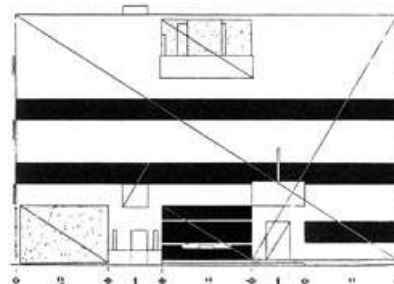
passione di molti artisti del Rinascimento per questo magico numero ha indotto a ritrovarne tracce nei dipinti di Leonardo da Vinci, di Piero della Francesca, di Albrecht Dürer (1471-1528). In seguito furono influenzati da questo fascino i pittori cubisti e il grande architetto **Le Corbusier**. Quest'ultimo formulò un sistema, denominato *Modulor* (da *Module d'or*), basato sul rapporto aureo e sulle proporzioni dell'uomo; esso doveva fornire «alla scala umana una misura di armonia, universalmente applicabile all'architettura e alla meccanica».

Anche il mondo della grafica ha subito un forte fascino dal rapporto aureo; le tassellazioni modulari di **Penrose** e di **Escher** (1898- 1972 ) sono spesso basate sul triangolo aureo (triangolo isoscele con angoli alla base di  $72^\circ$ ).

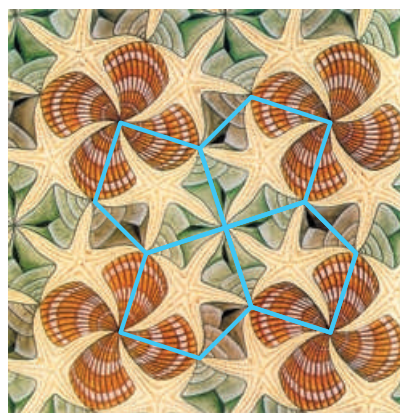
*Modulor* di Le Corbusier (1950). Dall'altezza di un uomo (183 cm) rapportata alla sua altezza con bracci o alzato (226 cm) e a quella dell'ombelico (113 cm), nascono due scale dimensionali (rossa e azzurra) basate sulla serie di Fibonacci e quindi sul rapporto aureo. Sulla base del *Modulor* nacquero molti progetti del grande architetto svizzero. Ancor prima di enunciare la teoria del *Modulor*, Le Corbusier si servì della proporzione aurea in progetti, tra cui la Villa Stein a Garches.



Il *Doriforo* di Policleto.



Villa Stein a Garches di Le Corbusier (1928). La facciata è strutturata sulla base di rettangoli aurei, che le conferiscono una particolare armonia.



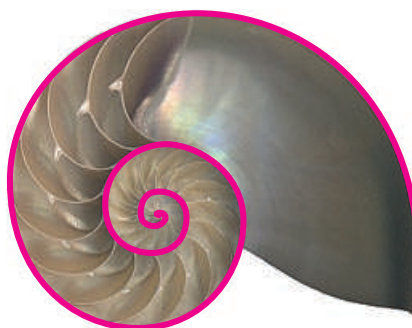
*Conchiglie e stelle marine*, di C.M. Escher (1941). Questa composizione è strutturata su una simmetria rotatoria di un modulo pentagonale; ogni modulo è composto da due semiquadrati (in arancio) e un triangolo aureo (in azzurro).



### Rapporto aureo e natura

Il rapporto aureo viene ritrovato in fenomeni naturali i più disparati: nelle spirali logaritmiche di galassie o molluschi marini, quali il *Nautilus* (a fianco), nelle proporzioni del corpo umano o nella struttura di foglie e arbusti, nel numero di vibrazioni dei suoni della scala dodecafonica.

In definitiva si può ritenere che non tutte le numerosissime ricorrenze del rapporto aureo abbiano un fondamento indiscusso, ma si può senz'altro ritenere che lo spirito umano sia molto sensibile all'armonia di questo rapporto.



### glossario

**Triangolo aureo** è un triangolo isoscele con angoli alla base di  $72^\circ$ ; la base è la sezione aurea dei lati uguali.

