

I poligoni stellati

Quando si parla di *poligono* in genere si intende un **poligono convesso**; esso presenta solo *angoli convessi* e ogni segmento che abbia come estremi due punti del poligono è interno a esso.

Però esistono anche **poligoni concavi**, in cui almeno un angolo sia *concavo*; in essi alcuni segmenti che abbiano come estremi due punti del poligono sono esterni allo stesso.

Nello studio dei **poligoni regolari** si prendono in esame solo i *poligoni regolari convessi*. In queste pagine cercheremo di conoscere anche i *poligoni regolari concavi*, comunemente chiamati **poligoni stellati**.

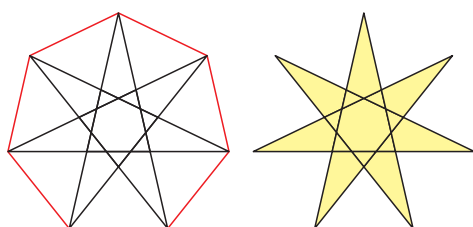
• I poligoni stellati

I **poligoni stellati** sono poligoni regolari che hanno lati uguali, ma angoli alternativamente concavi o convessi tra loro uguali.

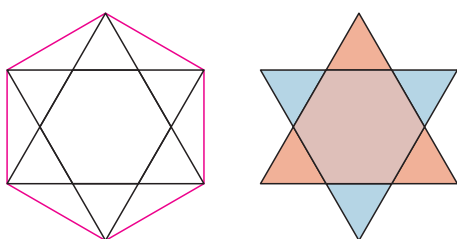
Essi derivano dai poligoni regolari convessi mediante tracciatura di diagonali; pertanto non possono derivare dal triangolo, perché privo di diagonali, e dal quadrato, perché le sue diagonali non formano un poligono.

Tra i poligoni stellati possiamo distinguere:

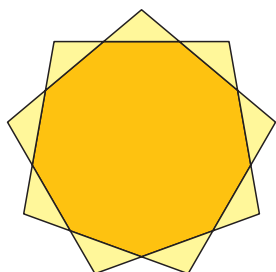
- **poligoni stellati semplici**, quando sono formati da una sola linea spezzata; in pratica si possono ottenere con un tratto continuo fino alla chiusura della spezzata;
- **poligoni stellati composti**, quando sono formati da più linee spezzate; essi in pratica sono formati dalla sovrapposizione di due o più poligoni regolari ruotati di un angolo costante.



Poligono stellato semplice.



Poligono stellato composto, formato da due triangoli equilateri ruotati di 180°.



All'interno del poligono stellato si forma un **nucleo** che ha la forma del poligono regolare da cui è derivato. Per esempio (come nella figura a fianco) in un poligono stellato ennagonale, il nucleo è un ennagono regolare.

glossario

Angolo convesso: angolo minore di 180°.

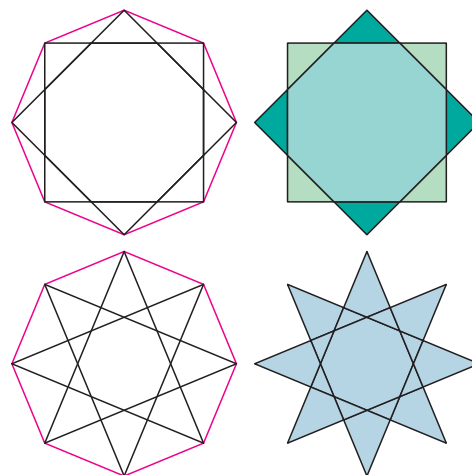
Angolo concavo: angolo maggiore di 180°.

Diagonale: segmento che unisce due vertici non consecutivi di un poligono.

• Generazione dei poligoni stellati

Da uno stesso poligono regolare si possono ottenere diversi poligoni stellati in base ad un numero fisso di vertici saltati dalle diagonali.

Le figure a fianco mostrano come dall'ottagono si possono ricavare due diversi poligoni stellati, a seconda se le diagonali saltino 1 oppure 2 vertici; nel primo caso si forma un poligono stellato composto di due quadrati ruotati di 45°, mentre nel secondo caso nasce un poligono stellato semplice.



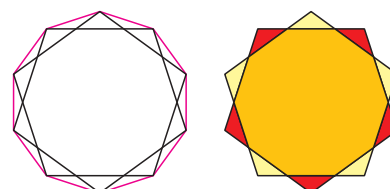
L'ottagono regolare può generare due poligoni stellati.

È da notare che un poligono regolare crea un *poligono stellato composto* quando il numero di vertici saltati (aumentato di 1) è un sottomultiplo intero del numero di lati del poligono stesso; in caso contrario si ottengono *poligoni stellati semplici*. Cioè se n è il numero dei vertici saltati e l il numero dei lati, si ha:

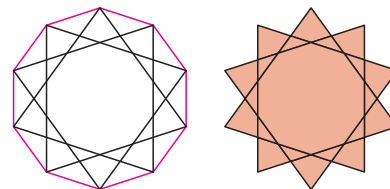
$l / (n + 1) = \text{numero intero} \rightarrow \text{poligono stellato composto}$

$l / (n + 1) = \text{numero frazionario} \rightarrow \text{poligono stellato semplice}$

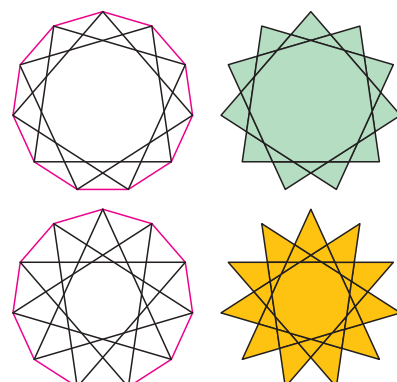
Il decagono regolare genera un poligono stellato composto perché il numero dei vertici saltati è 1.



Genera invece un poligono stellato semplice quando i vertici saltati sono 2.

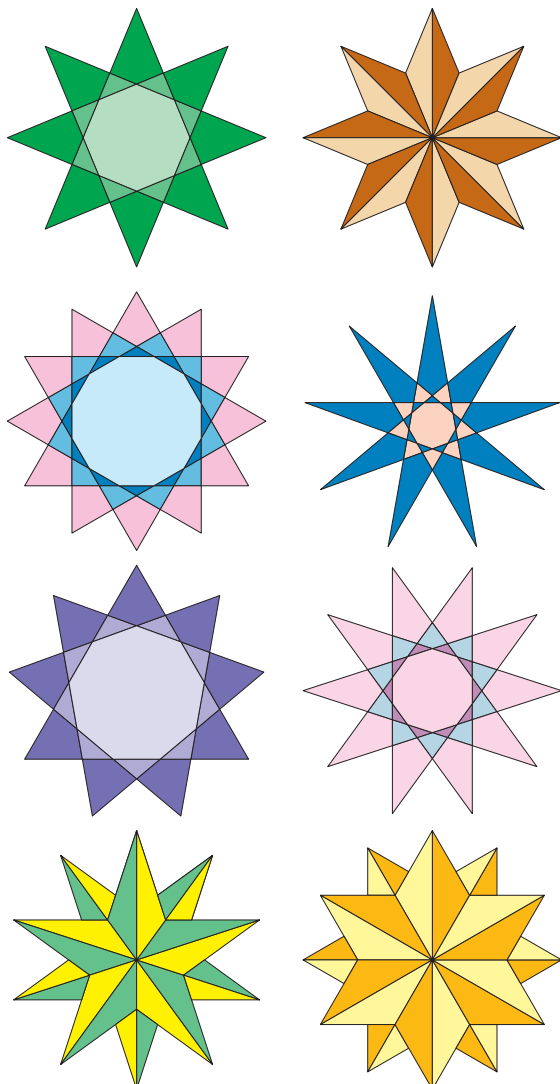


L'endecagono regolare genera sempre un poligono stellato semplice perché il numero dei lati (11) è un numero primo e quindi non ha sottomultipli interi.



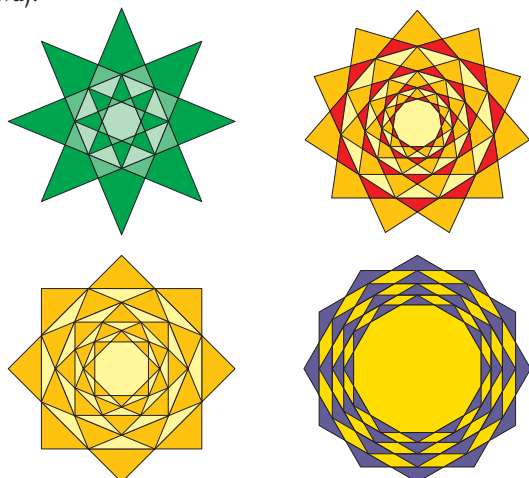
• Generazione di motivi stellati

Dalle diagonali tracciate per generare un poligono stellato si ottengono anche altri poligoni interni che possono creare eleganti motivi geometrici.

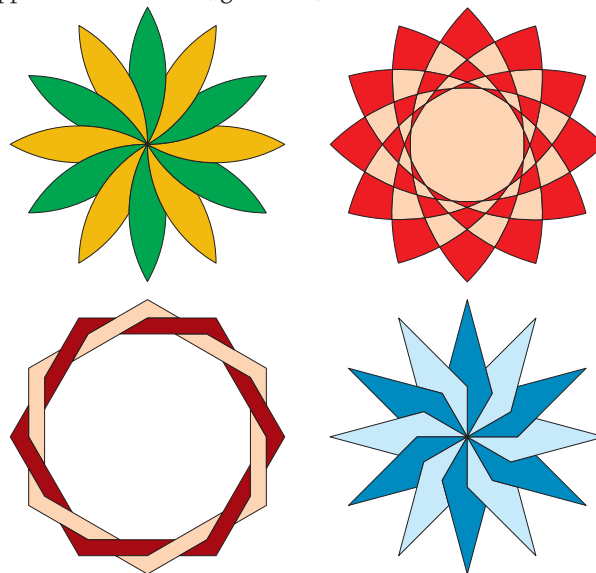


Inoltre all'interno del nucleo di un poligono stellato può essere riprodotto un nuovo poligono stellato con la stessa forma (*trasformazione omotetica*), che si può ripetere all'infinito.

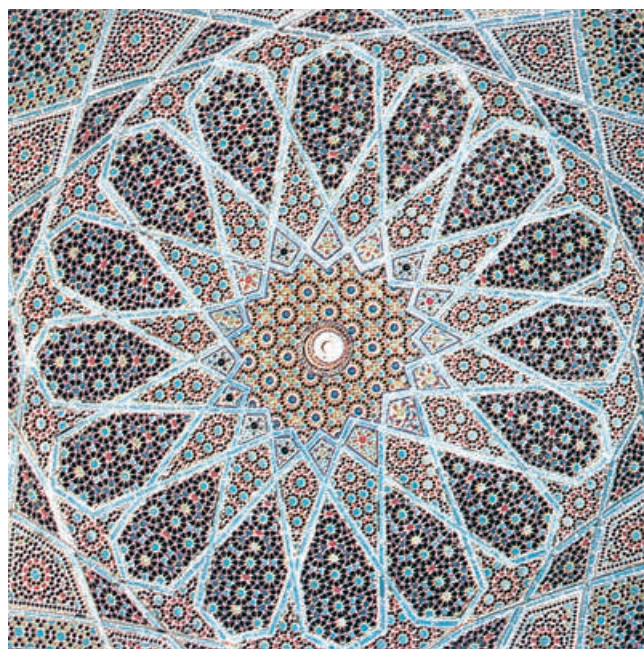
Sulla base di queste proprietà nella storia della geometria è sempre stato vivo il fascino magico di queste figure riproducibili all'infinito; in particolare il pentagono stellato, detto **pentagramma**, ha avuto un ruolo importante nella vicenda storica della **sezione aurea** (v. scheda di approfondimento relativa).



Dai poligoni stellati possono derivare altri motivi geometrici, come per esempio quelli costituiti da archi di circonferenza, oppure intrecci stellati, girandole, ecc.

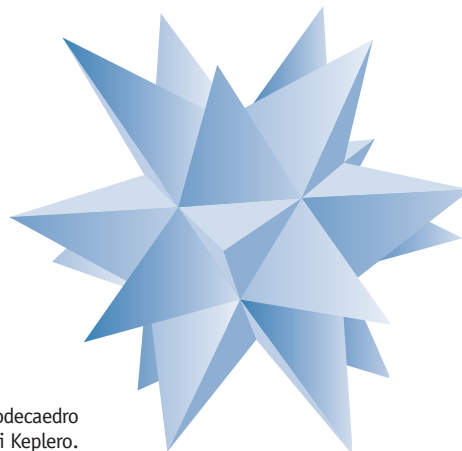


Gli arabi, grandi maestri di decorazioni geometriche, fecero largo uso di motivi stellati.



Decorazione araba nell'*Alahambra* di Granada, Spagna (XIV sec.).

È da ricordare infine che il *pentagono stellato* può costituire le facce di particolari *poliedri regolari*, detti **poliedri di Keplero** (vedi scheda di approfondimento «I poliedri regolari»).



Grande dodecaedro stellato di Keplero.